



# Etude du transport électronique dans des jonctions hybrides supraconducteur - métal normal par des mesures de bruit en courant

Christian Hoffmann

## ► To cite this version:

Christian Hoffmann. Etude du transport électronique dans des jonctions hybrides supraconducteur - métal normal par des mesures de bruit en courant. Physique [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT: . tel-00290022

**HAL Id: tel-00290022**

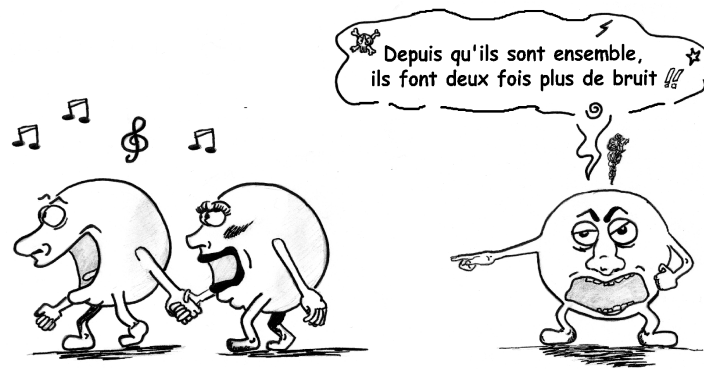
**<https://theses.hal.science/tel-00290022>**

Submitted on 24 Jun 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étude du transport électronique  
dans des jonctions hybrides  
supraconducteur - métal normal  
par des mesures de bruit en courant



Thèse soutenue le 06 novembre 2003 par

Christian HOFFMANN

Groupe de Physique Mésoscopique du Laboratoire de Cryophysique  
Service de Physique Statistique, Magnétisme et Supraconductivité  
Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée  
CEA-Grenoble



# THÈSE

soutenue publiquement le 06 novembre 2003 par

Christian HOFFMANN

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Joseph Fourier  
Grenoble I

Discipline : Physique

## **Étude du transport électronique dans des jonctions hybrides supraconducteur - métal normal par des mesures de bruit en courant**

Composition du jury : L. LEVY (Président)  
H. BOUCHIAT (Rapporteur)  
R. JALABERT (Rapporteur)  
C. URBINA (Examineur)  
M. SANQUER (Directeur de thèse)  
F. LEFLOCH (Co-directeur de thèse)

Groupe de Physique Mésoscopique du Laboratoire de Cryophysique  
Service de Physique Statistique, Magnétisme et Supraconductivité  
Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée  
CEA-Grenoble



*Quand un bruit vous ennue, écoutez-le.*

John Cage



# Remerciements

Un jour, en décembre 1997 : trois étudiants allemands sont assis autour d'une table dans un café grenoblois. Ils viennent de visiter trois laboratoires pour choisir leur stage de maîtrise. Seule la visite du Laboratoire de Cryophysique les a tous convaincus, François Lefloch leur ayant fait une présentation séduisante de la salle blanche. Un tirage au sort s'impose pour départager les trois indécis et une fluctuation de chance me désigne vainqueur...

Ainsi a commencé mon séjour au LCP. François est devenu mon maître de stage, puis encadrant de mon Diplomarbeit et enfin responsable de ma thèse. Il est impossible d'énumérer les heures passées ensemble en salle blanche, devant les manips et à discuter des résultats. Innombrables, également, les choses qu'il m'a apprises, les situations où son soutien m'a permis d'avancer autant dans mon travail qu'en dehors. De plus, ses références de la culture française m'accompagneront toute ma vie, sur la route, en "grande vadrouille",... Merci pour tout !!

J'aimerais ensuite remercier Marc Sanquer, chef de notre groupe physique mésoscopique et directeur de ma thèse. Il a été également toujours disponible pour répondre à mes questions et a suivi mon travail de près constamment. Sa grande expérience m'a été très profitable. Un grand merci à Claude Chapelier, l'homme pour "les affaires locales" et à Xavier Jehl, thésard bruyant avant moi et maintenant équipier permanent, pour leurs nombreux conseils que j'ai sollicités tout au long de ma thèse. Merci à Manuel Houzet, notre théoricien "maison", d'avoir osé s'installer en plein milieu d'une troupe d'expérimentateurs et d'avoir répondu avec tant de patience à mes questions incessantes. Merci également pour l'invitation au formidable "Platonov" que je n'oublierai pas de si tôt.

Je dois beaucoup à Jean-Luc Thomassin et Jean-Michel Martinod qui m'ont énormément aidé et conseillé lors de la mise au point de la manip, ainsi qu'à Pierre Payet-Burin, le maître de l'électronique du SQUID et à Jacques Blanchard pour les pièces mécaniques. Je remercie aussi Jean-Luc pour tous les petits coups de main quasi-journaliers en salle blanche et en dehors (ainsi que pour les résultats des matchs, le matin sur mon bureau). Merci à tous



les autres membres du LCP pour leur gentillesse, en particulier Nicole qui m'a souvent sauvé, étant perdu entre tous les "petits papiers" administratifs. Enfin, je remercie Jacques Flouquet et Louis Jansen de m'avoir accueilli dans leur Service.

Je remercie Bernard Pannetier pour tout le travail qu'il a fait lors de la fabrication des jonctions SNS courtes. J'ai pu profiter de sa grande expérience, également en ce qui concerne les discussions des résultats. Merci au groupe Quantronique du CEA Saclay de nous avoir fourni le programme pour calculer la fonction de distribution dans un métal diffusif.

Je remercie Hélène Bouchiat et Rodolfo Jalabert d'avoir accepté de rapporter ma thèse, Cristian Urbina, examinateur, et Laurent Levy, président du jury.

J'ai partagé mon temps au LCP avec de nombreux thésards. Je pense à David qui était un peu mon grand frère malgré son plus jeune âge - qu'est-ce que j'ai pu l'embêter avec mes questions. Merci pour la compagnie en salle blanche, devant les manips et pour tout ce qu'on a partagé en dehors du travail. Je remercie Maud pour m'avoir donné le goût de l'enseignement et Laurent pour la bonne humeur dans notre bureau. Je n'oublie pas les autres anciens, Vincent (51), Bertrand (le retour!), Gaël (jamais parti), Hermann (800m de dénivelé en un peu plus d'une heure - les pauses aux Houches étaient décidément trop courtes) et Nicolas (Mr. Linux). Bonne continuation aux "jeunes", Walter (merci pour les invitations, également à Hui pour ses repas chinois délicieux), Corentin, Fred, Marie-Aude et Rodolphe. Merci à Raffaello pour les heures sympas que nous avons passées ensemble et à mes compatriotes : Georg (avec qui j'ai partagé les bas et les hauts du football allemand face aux hauts et aux bas du football français) et Philipp (la traversée de la Chartreuse et du Vercors en 24 heures - c'est pour quand?).

Je suis heureux d'avoir rencontré Marc Legrand, Hervé Raynaud et Manuel Forestini qui ont su me transmettre leur enthousiasme pour l'enseignement et je remercie mes étudiants du DEUG SVST d'avoir partagé mes premiers pas en tant que "prof" dans la bonne humeur. Merci à Elise et Sophie pour leur amitié. Je garderai un très bon souvenir de nos stages et de notre équipe de l'atelier monitorat.

Merci à Markus de m'avoir accompagné sur "la route de Santa Fe" et à Céline pour le dessin de couverture.

Je remercie ma famille, particulièrement mes parents, pour leur soutien et leur confiance permanents qui m'ont permis d'en arriver là.

Enfin, un grand merci à Sibille, qui m'a soutenu tout au long de la thèse, de la lettre de candidature jusqu'à la relecture du manuscrit. Notre histoire a également commencé dans un café grenoblois, mais n'est pas prête de s'arrêter...

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Transport mésoscopique</b>	<b>9</b>
1.1 Idées fondamentales . . . . .	9
1.1.1 Densité spectrale de bruit . . . . .	9
1.1.2 Bruit thermique . . . . .	10
1.1.3 Bruit de grenaille . . . . .	11
1.2 Approche semi-classique . . . . .	15
1.2.1 L'équation Boltzmann-Langevin . . . . .	15
1.2.2 Bruit dans les métaux diffusifs . . . . .	16
1.3 Bruit dans les conducteurs cohérents . . . . .	21
1.3.1 La longueur de cohérence de phase . . . . .	22
1.3.2 Le formalisme de Landauer-Büttiker . . . . .	22
1.4 Structures hybrides supraconducteur/métal normal . . . . .	30
1.4.1 Réflexion d'Andreev . . . . .	30
1.4.2 Réentrance et "reflectionless tunneling" . . . . .	32
1.4.3 Bruit de grenaille dans les jonctions SN . . . . .	41
1.5 Jonctions supraconducteur/métal normal/supraconducteur . . . . .	47
1.5.1 Effets Josephson . . . . .	48
1.5.2 Réflexions d'Andreev multiples . . . . .	51
1.5.3 Bruit en courant dans les jonctions SNS . . . . .	53
<b>2 Dispositif expérimental</b>	<b>61</b>
2.1 Introduction . . . . .	61
2.2 Réfrigérateur à dilution . . . . .	62
2.3 Principe de mesure . . . . .	64
2.3.1 Picoampèremètre à SQUID . . . . .	64
2.3.2 Pont de résistances . . . . .	66
2.3.3 La chaîne de mesure . . . . .	69
2.4 Étalonnage et performances . . . . .	73
2.4.1 Bruit du dispositif . . . . .	73

2.4.2	Spectres typiques . . . . .	74
2.4.3	Étalonnage avec polarisation . . . . .	78
<b>3</b>	<b>Doublement du bruit dans une jonction SIN</b>	<b>81</b>
3.1	Introduction . . . . .	81
3.2	Caractéristiques du contact TiN/Si n <sup>++</sup> . . . . .	82
3.2.1	Élaboration du contact . . . . .	82
3.2.2	La barrière Schottky . . . . .	83
3.2.3	La résistance de contact . . . . .	83
3.3	Mesures de conductance . . . . .	84
3.3.1	Paramètres du silicium . . . . .	85
3.3.2	Observation du “reflectionless tunneling” . . . . .	85
3.4	Doublement du bruit . . . . .	91
3.5	Résumé . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Technologie salle blanche</b>	<b>99</b>
4.1	Introduction . . . . .	99
4.2	Choix des matériaux . . . . .	99
4.3	Élaboration des jonctions longues . . . . .	100
4.3.1	Dépôt des matériaux - Pulvérisation cathodique . . . . .	100
4.3.2	Définition de motifs dans les couches minces . . . . .	101
4.3.3	Étapes de fabrication . . . . .	104
4.4	Élaboration des jonctions courtes . . . . .	107
4.4.1	Lithographie électronique . . . . .	107
4.4.2	Évaporation par canon à électrons . . . . .	108
<b>5</b>	<b>Bruit dans les jonctions SNS</b>	<b>111</b>
5.1	Introduction . . . . .	111
5.2	Les jonctions SNS longues . . . . .	111
5.2.1	La réentrance de la résistance . . . . .	112
5.2.2	Bruit en courant et relaxation inélastique . . . . .	116
5.3	Les jonctions SNS courtes . . . . .	123
5.3.1	Caractérisation en conductance . . . . .	124
5.3.2	Observation de la transition entre le régime de trans- port cohérent et incohérent dans le bruit . . . . .	131
5.3.3	Bruit dans le régime incohérent . . . . .	132
5.3.4	Conductance et bruit dans le régime cohérent . . . . .	137
5.4	Résumé . . . . .	141
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>143</b>

<b>Bibliographie</b>	<b>147</b>
----------------------	------------

<b>Publications</b>	<b>159</b>
---------------------	------------

- Inelastic relaxation and noise temperature in S/N/S junctions,  
Eur. Phys. J. B 29, 629 (2002) . . . . . 161
- Doubled Full Shot Noise in Quantum Coherent Superconductor-Semiconductor Junctions, Phys. Rev. Lett. 90, 067002 (2003) . 167
- Mesoscopic transition in the shot noise of diffusive SNS junctions,  
soumis à Phys. Rev. Lett. (novembre 2003) . . . . . 171



# Introduction

Les circuits intégrés produits par l'industrie microélectronique ne cessent de diminuer en taille afin de pouvoir augmenter leur degré d'intégration et la fréquence d'opération. La limite du micromètre est franchie depuis longtemps et on parle actuellement de la nanoélectronique. Mais ce développement rapide ne peut continuer éternellement : aux environs de 10 nm, on touche, en effet, aux limites technologiques de l'électronique à base de silicium dopé. De plus, avec la miniaturisation progressive, des phénomènes quantiques influencent de plus en plus le transport électronique, qui est actuellement encore un sujet de la recherche fondamentale.

Dans ce contexte, deux approches sont en oeuvre pour élaborer des structures de taille sub-micronique : l'approche dite "top-down", qui utilise les techniques habituelles de la microélectronique (lithographie UV ou électronique, dépôt de couches minces, gravure) et l'approche dite "bottom-up", qui assemble des structures complexes à partir d'atomes ou de molécules simples par des méthodes chimiques. Dans les deux cas, la structure finale a une taille intermédiaire entre celle d'un système purement quantique (microscopique) et purement classique (macroscopique). C'est pourquoi le domaine de physique qui étudie ces structures s'appelle la physique mésoscopique.

Une description théorique du transport électronique dans un échantillon mésoscopique doit prendre en compte le caractère ondulatoire de l'électron. Traiter l'électron comme onde avec une amplitude et une phase permet notamment de comprendre le changement de conductivité dû aux interférences quantiques. Ces interférences ne peuvent avoir lieu que sur une distance où l'onde électronique est cohérente, celle-ci est appelée longueur de cohérence de phase. La cohérence est limitée par des interactions d'électrons avec leur environnement, qui peuvent être très fortes dans les conducteurs de petites dimensions. La difficulté théorique consiste alors à concilier dans une théorie la cohérence et les mécanismes qui la détruisent.

Côté expérience, on peut amplifier les effets mésoscopiques en plaçant les échantillons à basse température. En effet, le temps entre deux interactions inélastiques y est généralement plus grand et la longueur de cohérence plus

importante. C'est pourquoi beaucoup d'expériences en physique mésoscopique, comme celles décrites dans cette thèse, sont effectuées à des températures autour de 1 K.

Comme mentionné ci-dessus, les effets d'interférences quantiques influencent la conductivité d'un système mésoscopique et peuvent donc être étudiés par des mesures de résistance. Cependant, cette technique ne sonde que l'aspect moyen du transport et beaucoup de détails des mécanismes de transport restent cachés. C'est là où l'analyse des fluctuations du courant se révèle extrêmement instructive, car elle permet l'accès à des informations complémentaires.

A l'équilibre thermodynamique, les seules fluctuations mesurables sont dues à l'agitation thermique des électrons. Le courant moyen est nul et le bruit, dans la limite de basse fréquence, est proportionnel à la température et inversement proportionnel à la résistance du conducteur. Fluctuations et résistance sont alors liées par une simple relation, ce que prédit le théorème fluctuation-dissipation.

Pour avoir accès à des informations supplémentaires par rapport à une mesure de résistance, il faut créer une situation hors équilibre, en appliquant, par exemple, une différence de potentiel aux bornes du conducteur. Dans ce cas, un courant net traverse le conducteur, qui est équivalent au nombre de charges transférées par unité de temps. Le bruit en courant correspond alors aux fluctuations de ce nombre et est proportionnel au courant moyen et à l'unité de charge transférée. Les charges étant des unités discrètes, la dernière propriété semble évidente. Cette proportionnalité est révélatrice dans des systèmes où l'unité de charge est différente de la charge élémentaire  $e$ , par exemple dans l'effet Hall quantique fractionnaire<sup>1</sup>. Du fait que le bruit hors-équilibre traduit les fluctuations dans le *transfert* des charges, il peut nous renseigner également sur la structure interne du système étudié. Ainsi, il révèle la présence d'obstacles qui changent la statistique du transfert de charges (barrières tunnel, désordre,...) et des corrélations qui régulent le flux des charges à travers le conducteur (principe de Pauli, interaction coulombienne,...).

C'est W. Schottky en 1918 qui a calculé en premier le bruit hors-équilibre dans un tube à vide et qui lui a donné le nom de bruit de grenaille, comparant l'arrivée aléatoire des électrons à l'anode du tube avec l'arrivée de billes de grenaille sur une cible<sup>2</sup>. Cependant, c'est seulement avec l'émergence de la physique mésoscopique dans les deux dernières décennies, que le

---

<sup>1</sup>L. Saminadayar, "Le bruit des charges fractionnaires", Pour la Science 289, Novembre 2001, p. 30

<sup>2</sup>W. Schottky, "Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern", Annalen der Physik 57, 1918, p. 541

bruit de grenaille n'est plus uniquement considéré comme une nuisance dans la transmission et la mesure de signaux, mais qu'il est devenu lui-même le signal recherché<sup>3</sup>. Grâce aux mesures du bruit de grenaille, on a pu ainsi détecter la présence de canaux de transmission ouverts dans un métal diffusif mésoscopique, ou encore démontrer qu'un électron change son caractère corpusculaire en ondulatoire, si le temps de séjour dans une cavité chaotique est assez long<sup>4</sup>. On peut également citer des études du transport électronique dans les systèmes atomiques et moléculaires, comme les nanotubes de carbone et les contacts atomiques<sup>5</sup>.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés à des structures mésoscopiques hybrides constituées d'un métal normal diffusif et d'un ou plusieurs supraconducteurs. La supraconductivité est un phénomène de cohérence macroscopique - une exception où le caractère cohérent d'un état quantique n'est pas limité à l'échelle mésoscopique. *Un supraconducteur (S), connecté à un métal normal (N) est alors une formidable source de cohérence qui permet de sonder la cohérence mésoscopique côté N et ses effets sur la conductance et le bruit.* Le mécanisme de transport clé dans toutes ces structures hybrides est la réflexion d'Andreev qui permet de faire passer un courant de paires de charges à travers une interface S/N. En effet, dans un supraconducteur, les électrons sont appariés et la réflexion d'Andreev permet de transférer cet appariement de charges dans le métal normal. Le bruit, avec sa proportionnalité à la charge, est alors bien adapté pour sonder l'existence de ces paires.

Un des résultats majeurs de cette thèse est la mise en évidence d'un courant de paires dans une jonction supraconducteur / barrière tunnel / métal normal (SIN) par la mesure du doublement du bruit de grenaille par rapport à un système NIN, décrit dans le chapitre 3. Ce qui rend cette expérience difficile est le fait que dans les jonctions SIN, le courant de paires est généralement très faible. La structure étudiée, qui utilise le nitrure de titane comme supraconducteur et du silicium dopé comme métal normal, a l'avantage de présenter un courant de paires augmenté, dû à un phénomène d'interférence quantique, connu sous le nom "reflectionless tunneling".

Le chapitre 5 contient le deuxième volet des résultats expérimentaux. Il s'agit des mesures de bruit dans des jonctions supraconducteur / métal normal / supraconducteur (SNS). La sensibilité du bruit aux corrélations et interactions nous permet de distinguer trois régimes différents de transport dans

---

<sup>3</sup>R. Landauer, "The noise is the signal", Nature 392, April 1998, p. 658

<sup>4</sup>C. Beenakker et C. Schönenberger, "Quantum Shot Noise", Physics Today, Mai 2003, p. 37

<sup>5</sup>voir par exemple les références Brom et al. [142], Cron et al. [32] et Roche et al. [123] dans la bibliographie



ces échantillons : un régime dans lequel les paires de charges sont cohérentes sur toute la longueur de l'échantillon, un régime où les paires sont incohérentes mais les électrons n'interagissent pas et un régime de fortes interactions d'électrons entre eux ou avec des phonons. Dans les régimes sans interactions inélastiques, on révèle ainsi des réflexions d'Andreev multiples comme le mécanisme de transport. L'élaboration des échantillons SNS dans les salles blanches PROMES du DRFMC au CEA Grenoble et Nanofab au CNRS/CRTBT Grenoble est décrite dans le chapitre 4.

Tous les résultats mentionnés ci-dessus ont été obtenus à des températures inférieures au Kelvin. Les premiers mois de cette thèse ont été consacrés au développement et à la mise au point du dispositif expérimental qui permet les mesures de bruit à si basse température. Nous sommes maintenant capables d'étudier le bruit en courant dans des systèmes mésoscopiques de faible impédance jusqu'à une température de  $30\text{ mK}$ . Les principes et les paramètres techniques de ce dispositif sont détaillés dans le deuxième chapitre.

# Chapitre 1

## Transport dans les conducteurs mésoscopiques

Ce premier chapitre présente le cadre théorique du transport électronique dans le régime mésoscopique. Nous nous intéresserons plus particulièrement au bruit, objet principal de l'étude expérimentale de cette thèse. La conductance décrit l'aspect moyen du transfert de charges, alors que le bruit est dû aux fluctuations du courant autour de sa valeur moyenne. Tous les deux sont sensibles aux phénomènes d'interférences quantiques et aux interactions, mais de façon différente, ce qui permet d'obtenir des informations complémentaires.

Dans la première section, nous développerons les idées fondamentales concernant le bruit mésoscopique en utilisant des modèles très simples. Ensuite, nous présenterons les résultats essentiels qui s'appuient sur des bases théoriques plus rigoureuses avec l'approche de Boltzmann-Langevin : théorie semi-classique permettant d'inclure aisément des interactions, et le formalisme de Landauer-Büttiker qui est particulièrement adapté pour décrire le transport cohérent. Les sections 1.4 et 1.5 traiteront des phénomènes liés à la présence d'un ou plusieurs supraconducteurs. Tout au long du chapitre, les expériences les plus marquantes pour la compréhension du transport mésoscopique seront également présentées.

### 1.1 Idées fondamentales

#### 1.1.1 Densité spectrale de bruit

Le bruit électrique correspond aux fluctuations du courant  $\delta I(t) = I(t) - \bar{I}$  autour de sa valeur moyenne  $\bar{I}$ . Il est caractérisé par la densité spectrale de

bruit en courant<sup>1</sup>  $S_I$  qui est définie comme la valeur moyenne du carré des fluctuations par unité de fréquence :

$$S_I(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\overline{[\delta I(t|f, \Delta f)]^2}}{\Delta f}. \quad (1.1)$$

Cette définition permet de connaître  $S_I$  en utilisant par exemple une détection synchrone qui mesure  $\delta I(t)$  à une fréquence  $f$  donnée et avec une largeur de bande  $\Delta f$ . La notation “ $\overline{\phantom{x}}$ ” indique une moyenne sur le temps, une opération typique pour les expériences. Cependant, pour des raisons de technique de calcul, elle est difficile à effectuer dans les approches théoriques et on la remplace souvent par une moyenne sur un ensemble de systèmes identiques qui représentent tous les états microscopiques possibles, indiquée par “ $\langle \phantom{x} \rangle$ ”. Les deux façons de moyenner sont identiques pour des processus qui satisfont l’hypothèse d’ergodicité [79].

Pour des processus stationnaires<sup>2</sup>, il existe une définition équivalente à l’équation (1.1) à partir de la fonction d’auto-corrélation  $\psi(t, \tau) = \langle \delta I(t) \delta I(t + \tau) \rangle$  :

$$S_I(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i2\pi f\tau] \psi(\tau) d\tau = 2\psi(f). \quad (1.2)$$

Cette égalité entre densité spectrale et le double de la transformée de Fourier de la fonction d’auto-corrélation est connue sous le nom de théorème de Wiener-Khintchine<sup>3</sup>. La transformée de Fourier inverse pour  $\tau = 0$  correspond à la variance des fluctuations de courant :

$$\langle (\delta I)^2 \rangle = \psi(\tau = 0) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} df S_I(f) = \int_0^{+\infty} df S_I(f). \quad (1.3)$$

La dernière identité est valable quand les fluctuations du vide sont négligeables [50]. Dans ce cas,  $\psi(\tau)$  est symétrique par rapport au renversement du sens du temps et par conséquent  $S_I(f) = S_I(-f)$ .

### 1.1.2 Bruit thermique

En absence de toute tension de polarisation, la valeur moyenne du courant qui traverse un conducteur est nulle et on observe uniquement les fluctuations des charges dues à l’agitation thermique - le bruit à l’équilibre ou bruit

---

<sup>1</sup>aussi appelée puissance de bruit

<sup>2</sup>pour des processus stationnaires, la fonction d’auto-corrélation ne dépend que du temps  $\tau$  :  $\psi(t, \tau) = \psi(\tau)$

<sup>3</sup>cette définition permet de calculer tout un spectre de la densité spectrale de bruit à partir d’un seul enregistrement temporel des fluctuations

Johnson-Nyquist [73, 107]. Dans ce cas, la densité spectrale de bruit est reliée à la résistance  $R$  du conducteur par le théorème fluctuation-dissipation<sup>4</sup> :

$$S_I(f) = \frac{2hf}{R} \coth\left(\frac{hf}{2k_B T}\right), \quad (1.4)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $T$  la température du système. Dans la limite  $hf \ll k_B T$ , on obtient un bruit blanc, c'est à dire, indépendant de la fréquence, exprimé par la célèbre formule<sup>5</sup> :

$$S_I = \frac{4k_B T}{R}. \quad (1.5)$$

Ce bruit thermique est universel, il existe dans tous les conducteurs indépendamment du type de conduction (électrons, ions).

Le fait que le théorème fluctuation-dissipation relie le bruit à l'équilibre et la conductance, signifie pour l'expérimentateur qu'il ne peut pas tirer des informations supplémentaires d'une mesure du bruit Johnson-Nyquist par rapport à une mesure de conductance. Néanmoins, la mesure du bruit thermique peut servir à l'étalonnage du dispositif expérimental (cf. chapitre 2), ou encore de thermomètre [155].

### 1.1.3 Bruit de grenaille

A coté de l'agitation thermique, il existe une deuxième source fondamentale pour l'apparition de fluctuations du courant dans un conducteur mésoscopique, à savoir le bruit de partition dû à la diffusion quantique des électrons dans l'échantillon. C'est un bruit hors équilibre lié à la nature discrète de la charge électrique. Il est à l'origine de ce qu'on appelle le bruit de grenaille.

Naturellement, d'autres sources de bruit peuvent être présentes dans un conducteur mésoscopique et elles contribuent notamment à un bruit en  $1/f$ . On peut citer par exemple les sauts aléatoires (en anglais : hopping) des défauts et des impuretés dans un cristal ou encore le mouvement des charges d'espace (en anglais : background charges) dans les semi-conducteurs. Cependant, elles ne sont pas aussi universelles (dans le sens d'inévitables) que le bruit thermique ou le bruit de partition et ne seront pas discutées ici.

---

<sup>4</sup>d'après ce théorème, la réponse d'un système à une perturbation extérieure (dissipation) et les fluctuations dans le système obéissent aux mêmes lois cinétiques ; une dérivation générale, ainsi qu'une dérivation dans le cas particulier d'un circuit électrique quasi-stationnaire sont données dans [79]

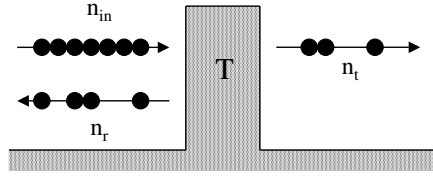
<sup>5</sup>cette limite est appropriée pour les expériences de cette thèse car nous travaillons à des fréquences de mesure  $f < 50 \text{ kHz}$  ; dans la limite opposée, on observe un bruit quantique dû aux fluctuations du vide  $2hf/R$

### Origine du bruit de grenaille

Pour comprendre le bruit hors équilibre, considérons un modèle simplifié pour le transport où un faisceau d'électrons arrive sur une barrière de transmission  $T$  (voir figure 1.1). Pour caractériser les états incidents, transmis et réfléchis, nous introduisons les nombres d'occupation  $n_{in}$ ,  $n_t$  et  $n_r$  valant soit 0 (état vide) soit 1 (état occupé), d'après le principe de Pauli. L'électron est une particule quantique, il peut donc être soit transmis par effet tunnel à travers la barrière avec la probabilité  $T$ , soit réfléchi avec la probabilité  $R = 1 - T$ .

Dans un premier temps, nous supposons que le flux des particules incidentes

FIG. 1.1 – Partition d'un faisceau d'électrons non-bruyant arrivant sur une barrière de transmission  $T$ .



ne fluctue pas :  $\langle n_{in} \rangle = 1$ . Dans ce cas, l'occupation moyenne de l'état transmis est  $\langle n_t \rangle = T$  et celle de l'état réfléchi est  $\langle n_r \rangle = R$ .

On s'intéresse maintenant aux fluctuations de  $n_t$  autour de sa valeur moyenne :

$$\begin{aligned} \langle (n_t - \langle n_t \rangle)^2 \rangle &= \langle n_t^2 \rangle - \langle n_t \rangle^2 \\ &= \langle n_t \rangle (1 - \langle n_t \rangle) \\ &= T(1 - T), \end{aligned} \tag{1.6}$$

où on a utilisé le fait que  $n^2 = n$  (principe de Pauli). *Les fluctuations dues à la partition du faisceau de particules incident sont caractérisées par le produit  $T(1 - T)$ .* Ainsi les fluctuations disparaissent pour une particule classique, pour laquelle  $T$  ne peut prendre que les valeurs 0 ou 1. Ce résultat montre l'origine quantique du bruit de partition. La transition entre le bruit classique et quantique a été étudiée dans des cavités chaotiques [108]. En fonction du temps de séjour dans la cavité, la diffusion des particules est soit classique (la particule suit une trajectoire déterministe) soit quantique (diffraction de l'onde électronique ce qui conduit à une partition et séparation spatiale d'ondes partielles). Dans la limite classique, le bruit est nul alors qu'il prend une valeur universelle dans la limite quantique [67].

Si on rajoute maintenant l'agitation thermique au modèle, il faut prendre en compte les fluctuations thermiques dans l'occupation du faisceau incident. Il sera caractérisé par une distribution de Fermi de façon que  $\langle n_{in} \rangle = f$  et par des fluctuations du nombre d'occupation selon  $\langle (n_{in} - \langle n_{in} \rangle)^2 \rangle = f(1 - f)$ . On vérifie qu'à température nulle ( $f = 0$  ou  $1$ ) les fluctuations disparaissent.

Pour le faisceau transmis, la prise en compte de la température se traduit de la manière suivante :  $\langle n_t \rangle = fT$  et  $\langle (n_t - \langle n_t \rangle)^2 \rangle = T f (1 - T f)$ . Par conséquent, une mesure de fluctuations du courant transmis comporte le bruit de partition dans l'échantillon et le bruit thermique dans le réservoir. Même pour des canaux parfaitement transmetteurs ( $T = 1$ ) ou des particules classiques, on observe maintenant des fluctuations (d'origine thermique) dans le faisceau transmis.

Le bruit en courant dans un échantillon mésoscopique apparaît car les fluctuations dans les nombres d'occupation se traduisent en fluctuations du courant, comme nous le verrons par la suite.

### Statistique du transfert de charge

L'idée d'une statistique du transfert de charges consiste simplement à compter les charges traversant un conducteur. On définit la statistique en termes de la probabilité  $P_{t_0}(N)$  que  $N$  charges ont traversé le conducteur dans un intervalle de temps  $t_0$ . On peut alors calculer tous les moments de la statistique.

Le premier moment est la moyenne (ou l'espérance)  $\langle N \rangle$ . Il donne directement le courant moyen  $\langle I \rangle = \langle N \rangle e / t_0$ .

Le deuxième moment, la variance  $\langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle$ , est lié à la densité spectrale de bruit<sup>6</sup> :

$$\frac{\langle (\Delta N)^2 \rangle e^2}{t_0^2} = \langle (\delta I)_{t_0}^2 \rangle = \Delta f S_I. \quad (1.7)$$

Reprenons maintenant le modèle des électrons incidents sur une barrière et considérons le sous l'angle de la distribution des charges transmises. Si  $Z$  est le nombre total des particules incidentes dans l'intervalle de temps  $t_0$ , la probabilité d'avoir  $N$  particules transmises suit une loi binomiale [87] :

$$P_{t_0}(N) = \binom{Z}{N} T^N (1 - T)^{Z-N}, \quad (1.8)$$

avec l'espérance  $\langle N \rangle = ZT$  et la variance  $\langle (\Delta N)^2 \rangle = ZT(1 - T)$ . On obtient alors le résultat (1.6) en terme de fluctuations de courant :

$$\langle (\delta I)_{t_0}^2 \rangle = \frac{Z e^2}{t_0^2} T(1 - T) = 2 \Delta f e \langle I \rangle (1 - T). \quad (1.9)$$

---

<sup>6</sup>cf. équation (1.3) avec  $2\Delta f = 1/t_0$  et  $S_I$  indépendant de la fréquence dans l'intervalle  $[-\Delta f, \Delta f]$

D'après l'équation (1.7), la densité spectrale de bruit est  $S_I = 2e\langle I \rangle(1 - T)$ . Dans le cas où  $T \ll 1$ , la loi binomiale devient une distribution poissonnienne :

$$P_{t_0}(N) = \frac{\langle N \rangle^N}{N!} e^{-\langle N \rangle}, \quad (1.10)$$

avec  $\langle N \rangle = \langle (\Delta N)^2 \rangle = ZT$ . Les passages des charges sont alors des événements rares et indépendants. La variance des fluctuations de courant est proportionnelle au courant moyen et on obtient  $S_I = 2e\langle I \rangle$ . Ce bruit poissonnien indique un transfert de charges complètement décorrélé. Il est la valeur de référence pour toutes les mesures de bruit en physique mésoscopique. Un bruit sous-poissonien apparaît quand il existe des mécanismes qui ordonnent le flux de charges, comme par exemple l'interaction coulombienne qui induit des corrélations entre les électrons. La réduction du bruit par le facteur  $(1 - T)$  dans les équations (1.6) et (1.9) est une conséquence directe du principe de Pauli qui "règle" le flux des charges quand la transmission est proche de 1. On caractérise les déviations de la densité spectrale de bruit dans un système mésoscopique par rapport au bruit poissonnien par le facteur de Fano  $F$  :

$$F = \frac{S_I}{2e\langle I \rangle}. \quad (1.11)$$

Le facteur de Fano prend pour de nombreux systèmes mésoscopiques une valeur universelle, c'est à dire indépendante de la géométrie exacte du conducteur ou de la concentration d'impuretés. Ils seront traités en détail dans la section suivante.

Le modèle simple développé ici contient l'essentiel de l'origine du bruit de grenaille dans un conducteur mésoscopique. *La densité spectrale de bruit est proportionnelle au courant moyen et à la charge des porteurs qui véhiculent le courant et elle est sensible aux corrélations.* Les deux dernières propriétés font des mesures de bruit un outil puissant pour comprendre les mécanismes de transport, complémentaire aux mesures de conductance.

**Moments d'ordre supérieur.** Récemment, l'intérêt s'est porté sur des moments de la statistique de transfert de charges d'ordre supérieur à 2 [84, 123, 100]. Le calcul de tous les moments est possible à partir de la fonction caractéristique de la distribution et on parle alors de la statistique complète du transfert de charges (en anglais : Full Counting Statistics)<sup>7</sup>. Les moments impairs permettent l'accès à la charge des porteurs et aux informations sur les interactions dans le système, *même à l'équilibre*. Pour le deuxième moment,

---

<sup>7</sup>voir à ce sujet par exemple "Quantum Noise", édité par Yu. V. Nazarov et Ya. M. Blanter (Kluwer)

au contraire, seul l'état hors équilibre permet l'accès à ces informations car le théorème fluctuation-dissipation lie l'état d'équilibre à la conductance. De plus, la distribution des charges transférées est presque gaussienne à cause du grand nombre de charges détectées et une mesure directe des moments supérieurs permet de déterminer l'écart à une telle distribution. Ces faits rendent les moments supérieurs très intéressants pour les expérimentateurs. La mesure des moments supérieurs à 2 est cependant très difficile car elle demande un dispositif expérimental avec une bande passante très large et une procédure de moyennage très longue. Une seule expérience est connue à ce jour [120]. Dans ce travail, le troisième moment des fluctuations en courant  $\langle(\delta I)^3\rangle$  dans une jonction tunnel  $Al/Al_2O_3/Al$  a été mesuré à 4, 2 K et 77 K. Il est prédit que le troisième moment n'est pas affecté par le bruit thermique à cause de la statistique poissonienne [88]. Dans une mesure réelle, la situation est cependant plus compliquée du fait de la rétroaction du circuit de mesure sur la jonction [17].

## 1.2 Approche semi-classique

Dans les modèles semi-classiques, le mouvement des électrons est traité de façon classique mais en incluant le principe de Pauli à travers l'utilisation de la statistique Fermi-Dirac. Les fluctuations sont souvent calculées avec l'approche de Langevin dont l'idée est de rajouter des termes aléatoires (sources de Langevin) à des lois qui décrivent l'aspect moyen du transport. Ces lois classiques sont par exemple des équations de taux de transition tunnel ou l'équation de Boltzmann. Le point faible de cette approche est que la fonction de corrélation des sources de Langevin est souvent définie de façon intuitive (ad hoc) au lieu d'être justifiée microscopiquement. C'est le cas pour le calcul du bruit dans les systèmes diffusifs sur lequel nous allons nous concentrer ici.

### 1.2.1 L'équation Boltzmann-Langevin

L'introduction des sources de Langevin pour calculer le bruit hors équilibre dans un conducteur est due à Kogan et Shul'man [80]. Le point de départ est l'équation de Boltzmann pour la fonction de distribution moyenne  $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$  pour des électrons en  $\mathbf{r}$ , avec le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et au temps  $t$  :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar \mathbf{k}}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + e \mathbf{E} \frac{\partial}{\hbar \partial \mathbf{k}}\right) f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = I_{el}[f] + I_{in}[f], \quad (1.12)$$



où  $\mathbf{E}$  est le champ électrique local,  $I_{in}[f]$  l'intégrale de collisions inélastiques et  $I_{el}[f]$  l'intégrale de collision électron-impureté (collisions élastiques) qui contient notamment la probabilité de diffusion  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  d'un état  $\mathbf{k}$  dans un état  $\mathbf{k}'$  dû au potentiel des impuretés. On introduit maintenant les sources de Langevin  $j(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$  qui causent des fluctuations  $\delta f = \tilde{f} - f$  dans la fonction de distribution. Les fluctuations  $\delta f$  et, par conséquent, la fonction de distribution fluctuante  $\tilde{f}$  satisfont l'équation de Boltzmann-Langevin [80] :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar \mathbf{k}}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + e \mathbf{E} \frac{\partial}{\hbar \partial \mathbf{k}} \right) \tilde{f}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = I_{el}[\tilde{f}] + I_{in}[\tilde{f}] + j(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t). \quad (1.13)$$

Les sources de Langevin représentent les collisions aléatoires des électrons sur les impuretés qui sont supposées être des processus indépendants et rares. Cela signifie qu'elles suivent une statistique poissonnienne. On a donc une moyenne  $\langle j \rangle = 0$  et une fonction de corrélation :

$$\langle j(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) j(\mathbf{r}', \mathbf{k}', t') \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \mathbf{k}'). \quad (1.14)$$

Les fonctions de Dirac signifient que les collisions sont seulement corrélées si elles proviennent du même processus de diffusion. Le corrélateur  $J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$  s'exprime en fonction des mêmes probabilités de diffusion  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  que dans l'intégrale de collision  $I_{el}[f]$ . Il conduit à des fluctuations de courant proportionnelles au courant moyen, propriété fondamentale d'une statistique poissonnienne.

Une dérivation détaillée de la densité spectrale de bruit à partir de l'équation de Boltzmann-Langevin dépasse le cadre de ce chapitre d'introduction mais peut être trouvée dans les références [95, 39, 79]. Nous nous contenterons de donner le résultat pour les métaux diffusifs, objet d'étude de cette thèse.

### 1.2.2 Bruit dans les métaux diffusifs

Considérons un métal diffusif de longueur  $L$  et de résistance  $R$  entre deux réservoirs (voir figure (1.2)) dans le régime stationnaire ( $f$  ne dépend pas du temps). Dans ce cas, on peut exprimer la densité spectrale de bruit en fonction de la distribution locale  $f(E, x)$  dans l'échantillon<sup>8</sup> [95] :

$$S_I = \frac{4}{RL} \int_0^L dx \int dE f(E, x) [1 - f(E, x)]. \quad (1.15)$$

Le facteur  $f(1 - f)$  dans l'intégrand exprime le fait que le bruit est généré par les fluctuations du nombre d'occupation causées par les sources de Langevin.

---

<sup>8</sup>  $f(E, x) = \langle f(E, x, \hat{k}) \rangle_{\hat{k}}$  avec  $\hat{k} = \frac{\mathbf{k}}{k}$

## 1.2. Approche semi-classique

La forme de la fonction de distribution moyenne et la largeur de l'intervalle d'énergie pour lequel  $f \neq 0$  ou 1 nous renseignent alors sur l'amplitude du bruit. La fonction de distribution obéit à l'équation de Boltzmann (1.12) qui s'écrit dans l'approximation du temps de relaxation<sup>9</sup> sous la forme :

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(E, x) = I_{in}[f], \quad (1.16)$$

où  $D = v_F l_e / d$  est la constante de diffusion à  $d$  dimension avec  $l_e$  le libre parcours moyen élastique et  $v_F$  la vitesse de Fermi. Nous pouvons maintenant évaluer  $f$  et  $S_I$  pour différents régimes de transport en supposant que les électrons dans les réservoirs à gauche et à droite de l'échantillon sont caractérisés par des distributions de Fermi  $f_g(E)$  et  $f_d(E)$  :

$$\begin{aligned} f_i(E) &= \frac{1}{1 + \exp[(E - \mu_i)/k_B T]}, & i = g, d \\ \mu_g &= E_F + eV, \\ \mu_d &= E_F, \end{aligned} \quad (1.17)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique et  $T$  la température.

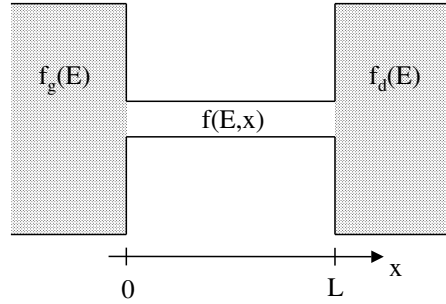


FIG. 1.2 – Modèle pour un fil métallique entre deux réservoirs

**Transport diffusif sans interactions inélastiques**  $l_e \ll L < L_{in}$ . S'il n'y a pas d'interactions inélastiques, l'intégrale de collision  $I_{in}(f)$  est nulle et la solution de l'équation (1.16) est :

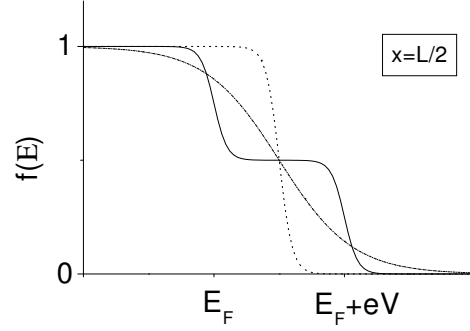
$$f(E, x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) f_g(E) + \left(\frac{x}{L}\right) f_d(E). \quad (1.18)$$

La fonction de distribution locale est une combinaison linéaire des fonctions de Fermi dans les réservoirs où la contribution de chacune est pondérée par

---

<sup>9</sup>cette approximation revient à considérer que les collisions des électrons sur les impuretés tendent à rendre la fonction de distribution isotrope, avec un temps caractéristique  $\tau_e = l_e / v_F$ , le temps des collisions élastiques.

FIG. 1.3 – Fonction de distribution au milieu d'un métal diffusif ( $x = L/2$ ) dans différents régimes de transport pour  $eV/k_B T = 20$  : sans interactions inélastiques - ligne continue ; avec interactions électron-électron - ligne tiret - pointillée ; à l'équilibre - ligne pointillée.



la distance au point considéré. Ceci conduit à une forme en double marche, montrée dans la figure (1.3).

L'équation (1.15) donne alors<sup>10</sup> :

$$S_I = \frac{2}{3} \left[ \frac{4k_B T}{R} + eI \coth \left( \frac{eV}{2k_B T} \right) \right]. \quad (1.19)$$

On vérifie qu'on retrouve le bruit Johnson-Nyquist à polarisation nulle. Dans la limite  $eV \gg k_B T$ , on obtient le bruit de grenaille :

$$S_I \approx \frac{1}{3} 2eI. \quad (1.20)$$

*Dans un métal diffusif en régime de transport élastique, le bruit est réduit d'un facteur 3 par rapport au bruit poissonien. L'origine de cette réduction n'est pas évidente dans l'approche semi-classique. Nous verrons son interprétation lorsque nous retrouverons ce résultat en termes de canaux de transmission.*

**Transport avec interactions inélastiques**  $L_{in} < L$ . Considérons maintenant un métal dont la longueur est supérieure à la longueur d'interaction électron-électron  $L_{ee}$ <sup>11</sup>. Les chocs entre électrons restaurent localement une distribution de Fermi avec un potentiel chimique  $\mu(x)$  et une température effective  $T_e(x)$ <sup>12</sup> [96] :

$$f(E, x) = \frac{1}{1 + \exp[(E - \mu(x))/k_B T_e(x)]}, \quad (1.21)$$

<sup>10</sup>à partir de maintenant,  $I$  désignera le courant moyen, s'il n'y a pas d'ambiguïtés possibles

<sup>11</sup>on considère ici que  $L_{ee} \ll L_{eph}$ , la longueur d'interaction électron-phonon ; ceci est généralement valable dans les métaux diffusifs à basse température ( $T \lesssim 1 K$ )

<sup>12</sup>ceci est valable pour une interaction électron-électron forte ; si elle est faible, le facteur de Fano reste proche de 1/3

où  $\mu(x) = E_F + eV(L - x)/L$  varie linéairement entre  $\mu_g$  et  $\mu_d$ .  
La densité spectrale de bruit (1.15) se simplifie alors :

$$S_I = \frac{4}{RL} \int_0^L dx k_B T_e(x), \quad (1.22)$$

et il suffit de connaître  $T_e(x)$  pour calculer le bruit. La dépendance spatiale de la température effective des électrons est décrite par une équation de diffusion de la chaleur [96, 136] :

$$\frac{\mathcal{L}_0 L^2}{2R} \frac{d^2 T_e^2(x)}{dx^2} = -\frac{V^2}{R} + \Sigma \Omega (T_e^5 - T^5), \quad (1.23)$$

où  $\Sigma$  est un paramètre qui caractérise l'interaction électron-phonon,  $\Omega$  le volume de l'échantillon,  $T$  la température des phonons et  $\mathcal{L}_0 = \pi^2 k_B^2 / 3e^2$  le nombre de Lorenz. Cette équation différentielle non-linéaire peut être résolue analytiquement dans différents cas limites [60] :

$L_{ee} < L < L_{eph}$  : Sans interactions électron-phonon, le deuxième terme à droite de l'équation (1.23) est nul et on obtient la température effective :

$$T_e(x) = \sqrt{T^2 + \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{V^2}{\mathcal{L}_0}}, \quad (1.24)$$

avec les conditions de bords  $T_e(0) = T_e(L) = T$ . Introduisant l'équation (1.24) dans l'équation (1.22) on obtient :

$$S_I = \frac{2k_B T}{R} \left[ 1 + \left( \nu + \frac{1}{\nu} \right) \arctan(\nu) \right], \quad \nu = \frac{\sqrt{3}eV}{2\pi k_B T}. \quad (1.25)$$

Quand le bruit thermique est négligeable ( $eV \gg k_B T$ ), on obtient un facteur de Fano  $F = \sqrt{3}/4$ , ce qui correspond à une légère augmentation du bruit par rapport au régime élastique. Cette augmentation est due à un élargissement de l'intervalle d'énergie pour lequel les états électroniques sont partiellement occupés ( $f \neq 0$  ou  $1$ ), comme le montre la figure 1.3. Par conséquent, un plus grand nombre d'états contribue au bruit.

$L_{eph} < L$  : Tant qu'il y a seulement des chocs entre électrons, le moment total du système électronique est conservé et il n'y a pas d'échange d'énergie avec le réseau atomique. Mais la situation change quand les interactions électron-phonon deviennent efficaces [95]. Une partie de la puissance  $P = V^2/R$  injectée peut être dissipée et la température effective des électrons

diminue quand la longueur  $L$  augmente. Si l'interaction électron-phonon est forte,  $T_e(x)$  est presque uniforme, sauf près des réservoirs où elle tend vers  $T$ . On peut alors supprimer la dépendance spatiale de  $T_e^2$  dans l'équation (1.23) et on obtient :

$$P = \Sigma \Omega (T_e^5 - T^5). \quad (1.26)$$

Le paramètre  $\Sigma$  est lié au temps d'interaction électron-phonon  $\tau_{eph}$  [153] :

$$\Sigma = \frac{0,175\pi^2 k_B^2 \nu_F}{\tau_{eph} T_e^3}, \quad (1.27)$$

où  $\nu_F$  est la densité d'état au niveau de Fermi. Le bruit correspond alors au bruit thermique à la température  $T_e$  calculée à partir de l'équation (1.26) :

$$S_I = \frac{4k_B T_e}{R}. \quad (1.28)$$

En fonction de la longueur  $L$  du fil, la température  $T_e$  converge très lentement vers  $T$ , car on trouve pour le bruit de grenaille [96, 136, 105] :

$$\frac{S_I}{2eI} \sim \left( \frac{L_{eph}}{L} \right)^{2/5}, \quad (1.29)$$

où  $L_{eph} = \sqrt{D\tau_{eph}}$ .

Dans le régime macroscopique ( $L_{eph} \ll L$ ), la température effective est ramenée à la température d'équilibre. *Le bruit de grenaille dans un conducteur macroscopique est nul.*

### Expériences sur le bruit dans les métaux diffusifs

Steinbach et al. ont mis en évidence le facteur de Fano  $\sqrt{3}/4$  dans le régime d'interactions électron-électron et la diminution du bruit dans le régime  $L > L_{eph}$  [136]. Cependant, le facteur  $1/3$  n'a pas été tout à fait atteint à cause de l'interaction électron-électron qui n'était pas complètement nulle, même dans les échantillons les plus courts ( $1 \mu m$ ).

Henny et al. ont démontré l'importance cruciale d'avoir de véritables réservoirs pour définir un échantillon mésoscopique, c'est à dire très épais et larges, de façon à ramener le plus rapidement possible les électrons à l'équilibre thermodynamique [61]. Le facteur  $1/3$  a été obtenu dans une série d'échantillons très courts ( $900 nm$  de long ;  $15 nm$  d'épaisseur) avec des réservoirs d'une épaisseur de  $1.2 \mu m$ .

Les expériences citées ont été effectuées dans le régime basse fréquence,  $hf \ll eV, k_B T$ , pour lequel les formules (1.19) et (1.25) sont valables. Des

mesures à hautes fréquences (jusqu'à  $20\text{ GHz}$ ) ont été effectuées par Schoelkopf et al. [130, 131]. Il est alors nécessaire de prendre en compte les fluctuations du vide et les interactions coulombiennes à longue portée [97, 98, 104, 102, 103].

#### Transition régime diffusif - régime balistique

Si la longueur de l'échantillon devient de l'ordre du libre parcours moyen élastique  $l_e$ , on entre dans le régime dit quasi-balistique. En introduisant des transmissions électroniques locales  $T(x, k)$  dans l'approche Boltzmann-Langevin, de Jong et Beenakker ont pu dériver le bruit de grenaille pour la transition balistique-diffusif [39]<sup>13</sup> :

$$S_I = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{L}{2l_e}\right)^3} \right) 2eI. \quad (1.30)$$

Le facteur de Fano varie de  $1/3$  pour  $L \gg l_e$  à  $0$  pour  $L \ll l_e$ . La suppression totale du bruit dans le régime balistique due à une transmission parfaite des ondes électroniques, a été déjà mentionnée et va être confirmée par l'approche cohérente de la section suivante.

Dans la figure 1.4, nous résumons les facteurs de Fano dans les différents régimes de transport d'un conducteur.

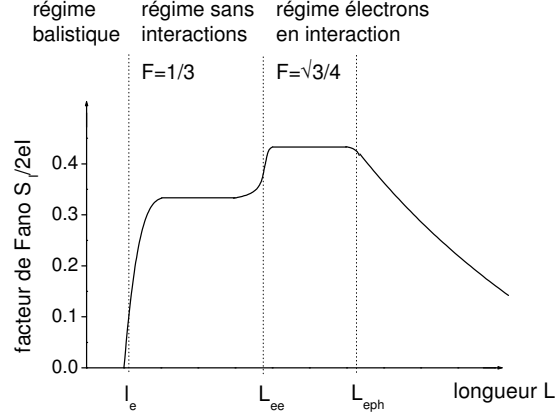


FIG. 1.4 – Facteur de Fano pour différents régimes de transport dans un conducteur

### 1.3 Bruit dans les conducteurs cohérents

Dans la section précédente, nous avons vu comment les interactions inélastiques influencent le bruit de grenaille dans un métal diffusif. Une question

<sup>13</sup>la formule donnée ici s'applique au cas quasi-1D, mais les résultats numériques pour 2 et 3 dimensions sont très proches

fondamentale reste cependant posée : quelle est l'influence de la cohérence sur les fluctuations de courant ? Dans cette optique, il est utile de traiter les problèmes de transport avec une approche cohérente et de comparer les résultats obtenus avec ceux des méthodes semi-classiques.

### 1.3.1 La longueur de cohérence de phase

Le transport dans un conducteur est cohérent quand sa longueur est inférieure à la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$ . Le comportement de  $L_\phi$  à très basses températures est un sujet très débattu ces dernières années, aussi bien au niveau théorique qu'expérimental.

En ce qui concerne la théorie, Altshuler et Aronov prédisent la divergence de  $L_\phi$  quand la température tend vers zéro [2], alors que Golubev et Zaikin prédisent une saturation [54].

Expérimentalement,  $L_\phi$ , déterminée à partir des mesures de la localisation faible, montre souvent une saturation [92]. Pierre et al. favorisent une interaction électrons-impuretés magnétiques de type Kondo pour expliquer cette observation [112]. Ils comparent les résultats pour  $L_\phi$  avec des mesures de la fonction de distribution locale qui indiquent que ces interactions sont inélastiques car elles arrondissent la forme en double marche [55], voir aussi la section 1.5.3.

### 1.3.2 Le formalisme de Landauer-Büttiker

Suivant une idée de Landauer, on peut considérer le transport des électrons dans un échantillon cohérent comme la transmission des ondes électroniques [34]. En effet, le caractère ondulatoire des électrons devient important à l'échelle mésoscopique : on peut observer des effets d'interférences d'ondes cohérentes ainsi que la quantification du vecteur d'onde électronique dans la direction transverse à la propagation du courant dans une structure de taille finie. Ainsi, un fil ne peut transmettre qu'un nombre fini  $N$  de modes. Dans un modèle unidimensionnel, ce nombre de modes, aussi appelés canaux, est donné par  $N = \text{int}[2w/\lambda_F]$ , où  $w$  est la largeur du fil et  $\lambda_F$  la longueur d'onde de Fermi qui correspond à la longueur d'onde de De Broglie pour des électrons au niveau de Fermi.

Pour effectuer des mesures de transport, l'échantillon est connecté à des réservoirs où le nombre de modes transmis est bien plus grand. De ce fait, une résistance de contact apparaît car la propagation des électrons est confinée au niveau de l'interface réservoir/fil [134]. Nous verrons par la suite que cette résistance limite la conductance de l'ensemble formé par l'échantillon et les

contacts à un quantum de conductance  $G_Q = 2e^2/h \approx 77 \mu S$  par mode transmis.

#### Courant moyen et conductance

Dans le modèle de Landauer-Büttiker (voir par exemple les références [29, 34]), toutes les informations sur la diffusion des ondes à l'intérieur de l'échantillon sont contenues dans une matrice de diffusion  $s(E)$ . Ses éléments  $s_{lk}$  peuvent être calculés avec l'équation de Schrödinger.  $|s_{lk}|^2$ , par exemple, désigne la probabilité qu'un mode  $k$  entrant soit diffusé dans le mode  $l$  sortant. La matrice  $s$  a une structure en blocs :

$$s = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

Si l'on s'intéresse seulement aux ondes transmises d'un réservoir à l'autre, il suffit de considérer la sous-matrice  $t$ . Les électrons dans les réservoirs à gauche (g) et à droite (d) de l'échantillon sont caractérisés par des distributions de Fermi  $f_g(E)$  et  $f_d(E)$  selon l'équation (1.17)<sup>14</sup>. Le courant net qui traverse l'échantillon est alors donné par :

$$I = \frac{2e}{h} \int dE \operatorname{Tr}(t(E)t^\dagger(E)) [f_g(E) - f_d(E)], \quad (1.32)$$

où  $\operatorname{Tr}(tt^\dagger)$  est la trace de la matrice  $tt^\dagger$ . L'équation (1.32) est la représentation la plus générale du courant. La matrice  $tt^\dagger$  peut être diagonalisée et ses valeurs propres,  $T_n$ , sont les probabilités de transmission. Pour un système avec  $N$  canaux, l'équation (1.32) dans la base des vecteurs propres devient alors :

$$I = \frac{2e}{h} \sum_{n=1}^N \int dE T_n(E) [f_g(E) - f_d(E)]. \quad (1.33)$$

Dans la limite de température nulle, on obtient la conductance  $G$ , définie comme le courant moyen divisé par la tension appliquée, suivant la formule de Landauer [83] :

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n. \quad (1.34)$$

Ici, la tension appliquée est supposée suffisamment faible pour qu'on ne quitte pas le régime de réponse linéaire ( $T_n$  indépendant de l'énergie).

---

<sup>14</sup>on suppose des réservoirs parfaits, c'est-à-dire qu'un électron entrant dans un réservoir perd instantanément sa mémoire de phase et est amené à l'équilibre thermodynamique



Cette quantification de la conductance a pu être mise en évidence simultanément par deux groupes dans des systèmes à gaz d'électrons bi-dimensionnel (gaz 2D) à la fin des années 1980 [145, 154].

Considérons maintenant le cas d'un échantillon avec un seul canal de transmission parfaite  $T = 1$ . Sa conductance est égale à  $G_Q$  et n'est pas infinie comme on aurait pu le penser. Comme mentionné plus haut, c'est la résistance de contact, mesurée en série avec l'échantillon dans une configuration "2 fils"<sup>15</sup> qui limite la conductance du système. La conductance liée à la diffusion dans l'échantillon s'exprime :

$$G_{fil}^{-1} = G^{-1} - G_Q^{-1} = \left( \frac{2e^2}{h} \frac{T}{1-T} \right)^{-1} \quad (1.35)$$

Pour le cas balistique ( $T = 1$ ), la conductance est alors bien infinie. Récemment, dePicciotto et al. [41] ont pu le confirmer dans la limite de la précision de l'expérience en utilisant une mesure en 4 fils sur un fil unidimensionnel.

### Bruit en courant

Le formalisme de Landauer-Büttiker permet également de calculer la densité spectrale de bruit à partir des probabilités de transmission  $T_n$  et des distributions de Fermi dans les réservoirs. Dans la limite de fréquence nulle, on obtient [28, 29, 25] :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^N \int dE \{ (f_g - f_d)^2 T_n(E) (1 - T_n(E)) + [f_g(1 - f_g) + f_d(1 - f_d)] T_n(E) \}, \quad (1.36)$$

Le premier terme dans l'équation (1.36) constitue le bruit de grenaille observable seulement hors équilibre ( $f_g \neq f_d$ ). En effet, dans le modèle simple de la section 1.1.3, nous avons vu que le facteur  $T_n(1 - T_n)$  est lié au bruit de partition. Le deuxième terme est lié aux fluctuations thermiques dans les réservoirs (produits  $f_i(1 - f_i)$ ).

Quand la dépendance en énergie des coefficients de transmission  $T_n(E)$  est négligeable à l'échelle de  $k_B T$ , le bruit à l'équilibre est aisément calculable en posant  $f_g = f_d$  et en utilisant  $f(1 - f) = -k_B T \partial f / \partial E$  :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} (2k_B T \sum_n T_n) = 4k_B T G. \quad (1.37)$$

---

<sup>15</sup>une mesure en 2 fils utilise les mêmes contacts pour injecter le courant et mesurer la tension alors que dans une configuration 4 fils, la mesure de la tension est effectuée par des contacts distincts ce qui permet de s'affranchir des résistances de contacts

On obtient le bruit Johnson-Nyquist comme le demande le théorème fluctuation - dissipation. Le bruit total dérivé de l'équation (1.36) dans une situation hors équilibre,

$$S_I = \frac{4e^2}{h} \left[ 2k_B T \sum_n T_n^2 + eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \sum_n T_n(1 - T_n) \right], \quad (1.38)$$

n'est pas simplement une addition du bruit Johnson-Nyquist et du bruit de grenaille. Dans la limite  $eV \gg k_B T$ , le bruit thermique est négligeable et on obtient une formule pour le bruit de grenaille qui sera le point de départ pour dériver le facteur de Fano dans différents systèmes cohérents :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} eV \sum_n T_n(1 - T_n). \quad (1.39)$$

Le bruit est alors déterminé par la distribution des probabilités de transmission. *Des canaux complètement ouverts ou complètement fermés ne contribuent pas au bruit.*

Cette équation est la généralisation du cas monocanal traité en premier par Khlus en 1987 [77]. Le résultat multicanaux a été dérivé par Lesovik en 1989 [86] mais en supposant à priori une matrice de diffusion diagonale avec des canaux indépendants.

#### **Tube à vide - Bruit de Schottky**

Commençons avec l'exemple classique du bruit de grenaille : les fluctuations de courant dans un tube à vide, prédit par Schottky en 1918 [133] et mis ensuite en évidence par de nombreux expérimentateurs, voir par exemple [66]. L'émission d'électrons à la surface de la cathode peut être décrite par un processus poissonien (voir section 1.1.3) et on obtient directement la célèbre formule de Schottky  $S_I = 2eI$ .

Ici, nous présenterons une dérivation à partir de l'équation (1.36) qui permet une image plus détaillée en ce qui concerne l'origine du bruit. La situation dans un tube à vide peut être décrite par  $f_g = f_{cat(hode)}$ ,  $f_d = f_{anode} = 0$  et on obtient :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^N \int dE \{ f_{cat}^2 T_n(E)(1 - T_n(E)) + f_{cat}(1 - f_{cat})T_n(E) \}. \quad (1.40)$$

Il existe une barrière de potentiel entre la cathode et l'anode due au travail de sortie  $W$  à fournir aux électrons pour les extraire. Une estimation de la largeur de la barrière qui dépend du champ électrique à la surface montre

qu'un processus tunnel est très improbable sur toute la gamme des tensions de fonctionnement<sup>16</sup> [132]. Par conséquent, pratiquement tous les électrons passent par émission thermo-ionique par dessus la barrière.

Pour des valeurs typiques du travail de sortie ( $W = 4,5 \text{ eV}$  pour le tungstène) et de la température de la cathode ( $T \approx 1500 - 2000 \text{ K}$ ), on a  $W \gg k_B T$ . La fonction de distribution dans la cathode est alors de la forme Maxwell-Boltzmann,  $f_{cat} = \exp[-E/k_B T] \ll 1$ , pour les électrons émis qui ont des énergies  $E \geq E_F + W$  et l'équation (1.40) se simplifie :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^N \int dE f_{cat} T_n(E). \quad (1.41)$$

On retrouve le résultat de Schottky,  $S_I = 2eI$ , en introduisant le courant moyen selon l'équation (1.33) avec  $f_{anode} = 0$ .

Analysons maintenant les coefficients de transmission. A cause d'un effet tunnel négligeable, on trouve  $T_n(E) = 0$  pour  $E < E_F + W$  et  $T_n(E) = 1$  pour  $E > E_F + W$ <sup>17</sup>. Il s'avère donc que le bruit de Schottky est essentiellement un bruit classique d'origine thermique et non pas dû à une partition quantique. Contrairement à la situation dans les tubes à vide de Schottky, une émission d'électrons par effet de champ devient possible dans les émetteurs d'électrons nanométriques, comme les nanotubes de carbone [27].

### Jonction tunnel

Pour une jonction avec une barrière tunnel, on a  $T_n \ll 1$  pour tout  $n$  et on obtient à partir de l'équation (1.38) :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \sum_n T_n = 2eI \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right). \quad (1.42)$$

Cette équation décrit la transition<sup>18</sup> du bruit thermique à tension nulle vers le bruit poissonien pour  $eV \gg k_B T$ . Cette transition a été étudiée par Birk et al. [23] avec un microscope à effet tunnel. La barrière est formée par le vide entre la pointe du microscope et une surface métallique.

---

<sup>16</sup>le bruit poissonien total est seulement observé dans le régime de saturation quand la tension de polarisation est assez élevée pour supprimer totalement la zone de charges spatiale autour de la cathode ; dans le cas contraire, le bruit est réduit du fait des interactions coulombiennes

<sup>17</sup>la réflexion quantique pour des électrons avec des énergies au-dessus de la barrière est négligeable pour un potentiel suffisamment lisse, ce qui est le cas ici

<sup>18</sup>très récemment, un thermomètre primaire se basant sur la mesure de cette transition a été proposé, voir Spietz et al. [135]

### Contacts ponctuels balistiques

Un contact ponctuel balistique est défini par une constriction de largeur  $w$  plus petite que le libre parcours moyen élastique  $l_e$  pour les électrons entre deux réservoirs métalliques. Une réalisation bien contrôlable utilise un gaz 2D où la constriction est définie par une grille permettant de dépléter le gaz 2D localement par l'application d'un champ électrostatique. On peut ainsi ajuster le nombre de canaux dans la constriction avec la tension de grille [34]. Si la largeur  $w$  est de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi<sup>19</sup> (quelques dizaines de nm dans un semi-conducteur), la conductance augmente sous forme de marches. Chaque plateau signifie que la conductance se fait par un nombre entier de canaux complètement ouverts ( $T_n = 1$ ) tandis qu'entre deux plateaux, un canal supplémentaire est en train de s'ouvrir. Selon l'équation (1.39), le bruit attendu sur un plateau est nul. Il devient non nul à la transition entre deux plateaux. Reznikov et al. [121], ainsi que Kumar et al. [82] ont mis en évidence cette suppression de bruit dans des systèmes à gaz 2D. Des résultats similaires ont été obtenus dans des contacts mono-atomiques par Brom et al. [142].

### Structures diffusives

A l'opposé de la limite balistique des contacts ponctuels, nous nous intéressons maintenant au bruit dans le régime diffusif quand la taille du système est supérieure au libre parcours moyen élastique  $l_e$ . La conductivité d'un métal diffusif est donnée par la formule de Drude  $\sigma = n_e e^2 l_e / v_F m$  où  $n_e$  est la densité électronique,  $m$  la masse effective des porteurs et  $v_F$  la vitesse de Fermi. On peut ainsi comparer la conductance  $G = \sigma S / L$  avec la formule de Landauer (1.34), en utilisant le nombre de canaux en 2 dimensions  $4S/\lambda_F^2$  :

$$G = G_Q N \frac{\pi l_e}{3L} \quad (1.43)$$

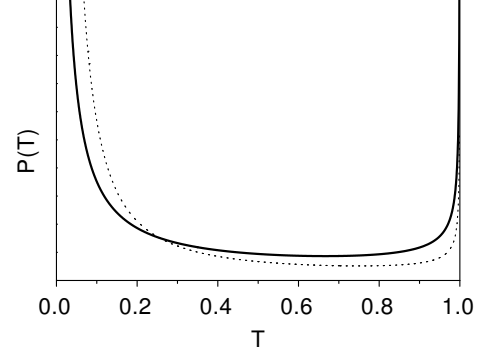
En voyant cette expression, on pourrait penser que tous les coefficients de transmission sont de l'ordre  $l_e/L \ll 1$  et on devrait observer un bruit poissonien comme pour une barrière tunnel. Ceci serait en contradiction avec le résultat semi-classique. Mais ce n'est pas le cas. En utilisant une théorie d'échelle, Dorokhov a montré que la distribution des  $T_n$  est bimodale [44].

Une image simplifiée pour illustrer les conséquences pour le transfert des charges est la suivante : on introduit une longueur de localisation  $\zeta_n$  correspondant à l'étendue d'un état électronique dans le canal  $n$ . Celle-ci est liée à la probabilité de transmission du canal selon  $T_n = \cosh^{-2}(L/\zeta_n)$ . Ainsi,

---

<sup>19</sup>on parle alors d'un contact ponctuel *quantique*

FIG. 1.5 – Distribution bimodale des coefficients de transmission dans un métal diffusif et dans une structure à double barrière avec des transparences de barrières de 0,1. Une partie des  $T_n$  est de l'ordre de 1, le reste est exponentiellement petit.



$\zeta_n \ll L$  signifie que l'état est très localisé et le canal est fermé ( $T_n \ll 1$ ). A l'opposé, pour  $\zeta_n \gg L$ , l'onde électronique s'étale d'un réservoir à l'autre et le canal est ouvert ( $T_n$  proche de 1). A l'aide de la théorie des matrices aléatoires [14], on peut montrer que, dans un métal diffusif, l'inverse de la longueur de localisation est distribué uniformément entre 0 et  $1/l_e$ . De ce fait, on obtient directement la distribution bimodale des  $T_n$ , montrée dans la figure 1.5 :

$$\begin{aligned} 0 \leq T < T_{min} = 4\exp[-2L/l_e] : P(T) &= 0 \\ T_{min} \leq T < 1 : P(T) &= \frac{l_e}{2L} \frac{1}{T\sqrt{1-T}} \end{aligned} \quad (1.44)$$

L'injection de cette distribution dans la formule pour le bruit de grenaille (1.39) confirme le résultat semi-classique,  $S_I = \frac{1}{3}2eI$  [16]. Ce résultat est universel, c'est-à-dire qu'il s'applique à tous les métaux diffusifs indépendamment du degré du désordre et qu'il ne dépend pas de la géométrie de la structure [106].

La réduction du bruit par rapport au bruit poissonien est due aux canaux presque ouverts pour lesquels la fonction d'onde est étalée sur tout l'échantillon. Le principe de Pauli interdit alors à un autre électron à la même énergie de prendre la même place, ce qui induit des corrélations entre eux et tend à réguler le flux d'électrons.

Le facteur de Fano  $1/3$  pour les métaux diffusifs a également été obtenu par d'autres méthodes de calcul. Dans la section précédente, nous avons déjà présenté l'approche semi-classique qui était complétée par de Jong et Beenakker en montrant qu'on peut y obtenir la distribution bimodale des  $T_n$  [38]. Altshuler et al. présentent une dérivation microscopique avec la technique de fonction de Green [3]. Liu et al. utilisent des simulations Monte-Carlo [89] : leurs résultats sont compatibles avec le facteur  $1/3$  obtenu analytiquement. Revenons finalement à la transition entre le régime balistique et le régime diffusif. On peut montrer qu'il suffit de quelques centres de diffusion pour

que le facteur de Fano approche  $1/3$ . Oberholzer et al. l'ont démontré en étudiant expérimentalement 3 contacts ponctuels quantiques de probabilité de transmission  $T = 0,9$  en série, séparés par des cavités chaotiques<sup>20</sup> [109]. Le facteur  $1/3$  est également le résultat asymptotique pour  $N$  barrières tunnel en série [39]. Déjà pour  $N = 2$  et des transparences de barrières identiques et petites devant 1, on obtient une distribution bimodale pour les coefficients de transmission totaux  $T_n$  (voir figure 1.5)<sup>21</sup> et une réduction du bruit d'un facteur  $F = 1/2$ . Pour  $N \geq 3$  et toutes les transparences de barrière identiques,  $F$  converge rapidement vers  $1/3$ .

**Effets liés à la cohérence.** Jusqu'ici nous avons négligé les phénomènes liés aux interférences des ondes cohérentes. Dans la conductance d'un métal diffusif, ils se manifestent notamment par la localisation faible et les fluctuations universelles de conductance (voir par exemple [151]).

La localisation faible est causée par l'interférence entre les paires de trajectoires qui sont symétriques par rapport au renversement de temps. La probabilité de rétro-diffusion pour un électron est alors augmentée et la conductance diminuée de l'ordre de  $e^2/h$  par rapport au cas incohérent. L'influence de la localisation faible sur le bruit de grenaille s'exprime par un facteur de Fano très légèrement augmenté [36] :

$$F = \frac{1}{3} + 0,09 \frac{G_Q}{G}. \quad (1.45)$$

La configuration microscopique du désordre varie d'un échantillon à un autre (ou après un cyclage thermique dans le même échantillon). Par conséquent, les contributions des interférences d'ondes constructives ou destructives à la conductance totale varient et cela induit ce qu'on appelle les fluctuations universelles de conductance<sup>22</sup>. Expérimentalement, on peut observer ces variations de conductance en fonction d'un faible champ magnétique qui fait également varier les trajectoires d'électrons et les interférences associées.

Le bruit  $2/3eI$  (et la correction due à la localisation faible) est une valeur moyennée sur toutes les configurations microscopiques du désordre. Quelles sont alors les fluctuations universelles de bruit ? De Jong et Beenakker ont

---

<sup>20</sup>les cavités sont définies par l'espace entre deux contacts ponctuels dans un gaz 2D ; le mouvement classique des électrons dans une telle structure est chaotique à cause de la diffusion aux bords qui ont une forme irrégulière

<sup>21</sup>il est intéressant de noter qu'une barrière désordonnée conduit à une distribution identique à celle du système à double barrière et par conséquent également à  $F = 1/2$  [129]

<sup>22</sup>la variation en conductance est de l'ordre  $e^2/h$  et est universelle dans le sens où elle est indépendante du degré du désordre et de la géométrie

calculé la valeur “rms” de ces fluctuations [36] :

$$\Delta S_{I_{rms}} = 2eI \left( 0,127 \frac{G_Q}{G} \right). \quad (1.46)$$

Les corrections dues à la localisation faible et aux fluctuations universelles du bruit sont proportionnelles au rapport  $G_Q/G$  qui est généralement très petit devant 1 pour un métal dont la longueur est inférieure à la longueur d’interactions inélastiques. Elles ne sont donc pas observables dans les expériences et on ne voit alors pas de signature de la cohérence dans le bruit. *Le seul effet mésoscopique mesurable dans le bruit en courant dans un métal diffusif en régime cohérent, est la réduction du facteur de Fano à 1/3 lié au principe de Pauli.*

### 1.4 Structures hybrides supraconducteur/métal normal

Dans des structures hybrides supraconducteur/métal normal (SN), le supraconducteur est la source d’une cohérence macroscopique qui entre en compétition avec la cohérence mésoscopique du métal normal. Côté supraconducteur, le courant est porté par des paires d’électrons (paires de Cooper), tandis qu’il est porté par des quasiparticules côté normal. Autour de l’interface S/N, il intervient donc un changement dans le mécanisme de transport. Le bruit de grenaille, avec sa sensibilité à la charge des porteurs et aux corrélations entre eux, est un moyen bien adapté pour l’étudier.

#### 1.4.1 Réflexion d’Andreev

A cause du gap que présente un supraconducteur dans la densité d’états autour de son niveau de Fermi, des quasiparticules ne peuvent pas y entrer à des énergies  $|\epsilon| = |E - E_F| < \Delta$ . Andreev a montré que le passage d’un courant de paires est cependant possible par une rétro-réflexion d’un électron incident du métal normal en un trou, en ajoutant une paire de Cooper dans le supraconducteur [4, 5]. Ce processus, appelé réflexion d’Andreev, permet donc de transférer des charges en unité de  $2e$  d’un métal normal vers un supraconducteur (voir figure 1.6). Pour accéder aux propriétés de cette rétro-réflexion, il est utile de raisonner en termes de fonctions d’onde [141]. Électron et trou sont corrélés côté métal normal car ils doivent satisfaire une relation de continuité avec la fonction d’onde côté supraconducteur<sup>23</sup>. Celle-ci leur

---

<sup>23</sup>côté supraconducteur, on ne peut pas séparer les composantes électron et trou dans la fonction d’onde

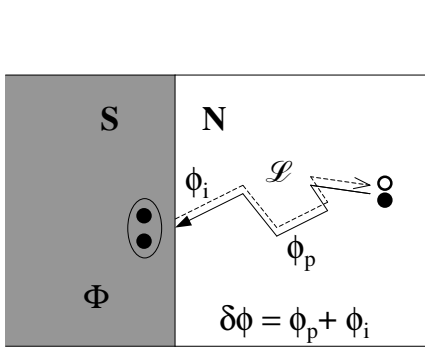


FIG. 1.6 – Réflexion d'Andreev. Le déphasage total  $\delta\phi$  entre électron et trou se compose de la phase relative imposée à l'interface  $\phi_i$  et le déphasage de propagation  $\phi_p$ .

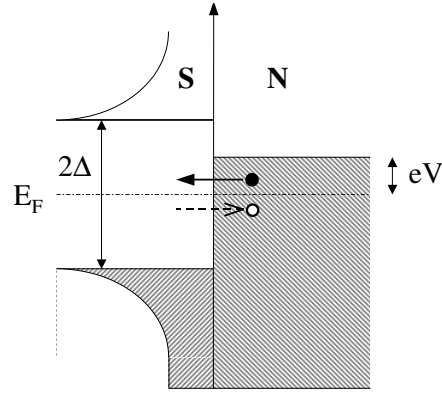


FIG. 1.7 – Réflexion d'Andreev dans l'espace d'énergie. Un électron avec énergie  $\epsilon$  au dessus du niveau de Fermi est rétro-réfléchi comme trou avec énergie  $\epsilon$  en dessous du niveau de Fermi.

impose une différence de vecteur d'onde  $2\delta k = 2\epsilon/\hbar v_F$  et une phase relative  $\phi_i$  à l'interface S/N :

$$\phi_i = \Phi - \arccos\left(\frac{\epsilon}{\Delta}\right), \quad (1.47)$$

où  $\Phi$  est la phase macroscopique du supraconducteur<sup>24</sup>.  $\epsilon$  est l'énergie de l'électron incident au dessus du niveau de Fermi.

Pour  $\epsilon = 0$ , la rétro-réflexion est parfaite : l'électron et le trou ont le même vecteur d'onde. Le trou va suivre exactement la trajectoire de l'électron et il n'y a pas de déphasage induit par la propagation<sup>25</sup>. La différence de phase totale  $\delta\phi = \phi_i$  est constante. L'électron et le trou constituent une paire d'Andreev restant cohérente sur la longueur  $L_\phi$  qui limite individuellement la cohérence de phase pour chaque quasiparticule.

Pour un électron d'énergie  $\epsilon > 0$ , la différence de vecteur d'onde entre l'électron et le trou  $2\delta k$  implique un déphasage de propagation  $\phi_p = 2\delta k \mathcal{L}$ , où  $\mathcal{L}$  est la longueur de la trajectoire. En régime diffusif, le déphasage de propagation est à l'origine de la séparation des trajectoires de l'électron et du trou. Dans une image semi-classique, deux trajectoires sont distinctes quand elles sont espacées de plus qu'une longueur d'onde de Fermi. Ceci est équivalent

<sup>24</sup>pour une conversion trou en électron  $\phi_i = -\Phi - \arccos(\epsilon/\Delta)$

<sup>25</sup>chaque diffusion d'un électron sur une impureté introduit également un déphasage, mais celui-ci se compense avec le déphasage subit par le trou réfléchi qui suit la trajectoire inversée dans le temps



à un déphasage de plus que  $2\pi$  entre un électron et un trou, qui est atteint après un temps de propagation  $\tau = \mathcal{L}/v_F = L^2/D > \hbar/\epsilon$ , avec  $D$  la constante de diffusion dans le métal normal. Les chemins de diffusion de l'électron et du trou deviennent alors différents et la paire d'Andreev est cassée. La cohérence des paires d'Andreev est donc limitée par la longueur :

$$L_\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar D}{\epsilon}}. \quad (1.48)$$

Les paires d'Andreev peuvent donc être décorrélées par une tension appliquée ( $\epsilon = eV$ ) mais également par la température. L'élargissement de la surface de Fermi par l'agitation thermique supprime des paires d'Andreev de basse énergie sur un intervalle de l'ordre de  $k_B T$ . On définit ainsi la longueur thermique en régime diffusif par :

$$L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T}}. \quad (1.49)$$

Cependant, les états électroniques autour du niveau de Fermi ne sont que partiellement occupés thermiquement, ce qui laisse de la place pour des paires d'Andreev même en dessous de  $k_B T$ .  $L_T$  n'introduit donc pas une coupure nette comme  $L_\phi$  et on peut observer des effets de cohérence encore à des distances beaucoup plus grandes que  $L_T$ , mais avec une amplitude très faible. La conversion des paires de Cooper en paires d'Andreev ne se produit pas brusquement à l'interface. Sur une longueur  $\xi_N = \sqrt{\hbar D/\Delta}$ , les électrons “sentent” encore le potentiel attractif qui les liait dans le supraconducteur en paires de Cooper. On pourrait donc dire qu'il existe encore quelques paires de Cooper jusqu'à une distance  $\xi_N$  de l'interface.

Inversement, la fonction d'onde de la paire d'Andreev est une onde évanescence dans le supraconducteur avec une longueur de pénétration  $\xi_S = \sqrt{\hbar D_S/\Delta}$ , où  $D_S$  est la constante de diffusion du supraconducteur. Sur cette distance, le gap est diminué par rapport à sa valeur en profondeur.

La présence du supraconducteur induit des paires cohérentes dans le métal normal. Les effets qui en résultent pour la densité d'états et pour la conductance du métal sont connus sous le nom d'effet de proximité. Il existe également un effet de proximité inverse qui décrit l'affaiblissement de la supraconductivité près de l'interface par la présence du métal normal.

### 1.4.2 Réentrance et “reflectionless tunneling”

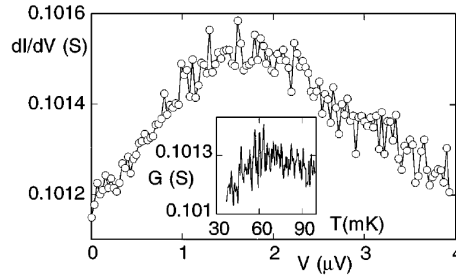
A l'interface entre S et N, la réflexion d'Andreev est le seul processus de transport possible aux énergies  $|\epsilon| < \Delta$ . Ce processus est fortement probable

lorsque l'interface est bonne. En revanche, lorsqu'une barrière est présente, une partie des électrons incidents du métal normal peut être renvoyée par réflexion spéculaire, c'est à dire avec renversement de la composante du vecteur d'onde perpendiculaire à l'interface. Ces électrons ne contribuent pas au courant transféré. Le rapport des quantités d'électrons qui sont réfléchis de façon spéculaire ou convertis en paires de Cooper par réflexion d'Andreev dépend de la transparence de la barrière. Nous allons voir que la conductance d'un système S/N est influencée par la présence du désordre dans le métal normal. On observe alors des comportements très différents en fonction du rapport entre la résistance de la barrière et celle du métal normal.

### Réentrance

Considérons d'abord un métal diffusif de longueur  $L$  connecté par une bonne interface à un réservoir supraconducteur, d'un côté, et à un réservoir normal de l'autre. Charlat et al. ont étudié le transport électronique d'un tel système, fait d'aluminium et de cuivre, et ont observé un comportement non-monotone de la conductance en fonction de la température ou en fonction de la tension appliquée entre les deux réservoirs [30]. On appelle ce phénomène la réentrance car la résistance montre un comportement réentrant à faibles énergies (dans la figure 1.8, en dessous de  $60\text{ mK}$  ou  $2\text{ }\mu\text{V}$ ). Ce résultat peut paraître contraire à l'intuition. En effet, on s'attendrait à ce que la résistance baisse continuellement avec la température car l'effet de proximité rend le métal normal de plus en plus "supraconducteur" (la longueur de cohérence  $L_T$  des paires d'Andreev augmente quand la température diminue). Pour comprendre le résultat expérimental, revenons

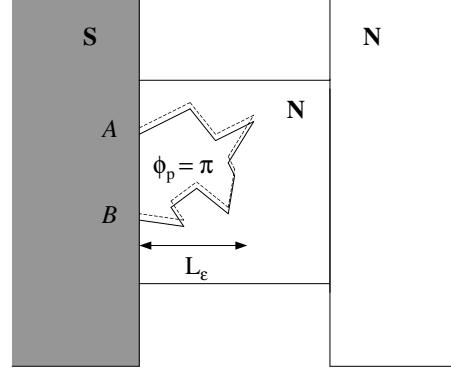
FIG. 1.8 – Comportement non-monotone de la conductance en fonction de la température et de la tension de polarisation, observé par Charlat et al. dans un système Al/Cu [30].



à la réflexion d'Andreev. Nous avons constaté que les fonctions d'ondes de l'électron et du trou sont cohérentes près de l'interface S/N, mais ce fait seul ne change pas la conductance. Il faut que cette cohérence se manifeste par une interférence constructive des fonctions d'onde. Cependant, électron et trou ne peuvent pas interférer directement, car le trou n'est pas une vraie particule, mais l'absence d'un électron dans la mer de Fermi. Pour qu'il

y ait interférence, il faut deux ondes cohérentes du même type. Celles-ci peuvent être des ondes partielles d'un même électron (comme dans l'effet Aharonov-Bohm ou la localisation faible) ou des ondes de deux électrons distincts avec une différence de phase fixée. Dans une jonction SN diffusive, c'est une deuxième réflexion d'Andreev qui "produit" ce nouvel électron. En effet, à cause du désordre dans la partie normale, la probabilité pour qu'il existe des chemins de diffusion qui reviennent deux fois à l'interface S/N, comme représentés dans la figure 1.9, est non-nulle. Un électron arrivant au

FIG. 1.9 – Origine de la réentrance. Dans une jonction SN diffusive, il existe des chemins de diffusion qui reviennent deux fois à l'interface. Ils donnent lieu à des états d'Andreev quand l'interférence sur ces chemins est constructive.



point A est rétro-réfléchi en trou, le trou retrace le chemin de l'électron et il est rétro-réfléchi de son côté en électron au point B. Ce processus donne lieu à un état stationnaire, appelé état d'Andreev, quand l'interférence entre le premier et le deuxième électron est constructive, c'est-à-dire quand la différence de phase vaut  $\delta\phi = 2\pi n$ , avec  $n$  entier. D'après l'équation (1.47), le déphasage total accumulé après deux réflexions d'Andreev est la somme de  $2\arccos(\epsilon/\Delta)$  et du déphasage de propagation  $\phi_p$ .

Pour  $\epsilon = 0$ ,  $\phi_p$  est nul et on obtient un déphasage total de  $\delta\phi = -\pi$ , l'interférence est destructive. *Il n'existe pas d'état d'Andreev à énergie nulle !* Par conséquent, la cohérence électron-trou ne se manifeste pas et la conductance est la même qu'en absence du supraconducteur :  $G_{NS}(\epsilon = 0) = G_{NN}$ .

Pour  $0 < \epsilon \ll \Delta$ , le déphasage total peut devenir nul quand le chemin de diffusion a une longueur telle que  $\phi_p = \pi$ . C'est le cas après une diffusion cohérente dans un volume de taille caractéristique  $L_\epsilon$ . Les interférences constructives augmentent alors la conductance du système. Cette augmentation est maximale lorsque  $L_\epsilon \approx L$ , car les états d'Andreev s'étendent sur tout l'échantillon<sup>26</sup>. Sur l'échelle d'énergie, cela correspond à la condition  $\epsilon \approx E_{Th} = \hbar D/L^2$ , appelée énergie de Thouless.

Pour  $\epsilon < E_{Th}$ , les chemins qui interfèrent constructivement, dépassent  $L$ . La quasiparticule doit alors passer dans le réservoir où la cohérence est détruite.

<sup>26</sup>on suppose toujours  $L < L_\phi$

Par conséquent, la conductance décroît lorsqu'on baisse l'énergie en dessous de  $E_{Th}$  et atteint la valeur de l'état normal à énergie nulle. Au dessus de l'énergie de Thouless, les états d'Andreev existent mais s'étendent seulement sur une partie de l'échantillon. L'augmentation de la conductance est alors moindre. On comprend maintenant le comportement non-monotone de la conductance avec un maximum autour de l'énergie de Thouless.

L'explication en terme de déphasage donnée ici est due à Beenakker [15] mais l'effet était prédit dès 1979 [8]. Pour une étude quantitative de l'effet utilisant le formalisme de Keldysh-Usadel voir par exemple les références [149, 31].

### Modèle BTK

Considérons maintenant des systèmes SN où une barrière peut être présente à l'interface. Blonder, Tinkham et Klapwijk ont étudié le cas d'une jonction SN, monocanal et balistique avec une barrière de transparence  $T$  quelconque<sup>27</sup> [26]. Si les populations électroniques dans le supraconducteur et le métal normal sont caractérisées par des fonctions de Fermi selon équation (1.17), la conductance s'écrit :

$$G_{SN}(V) = G_{NN}(1 + Z^2) \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + A(\epsilon, Z) - B(\epsilon, Z)) \left[ -\frac{\partial f_g}{\partial(eV)} \right] d\epsilon, \quad (1.50)$$

avec  $A(\epsilon, Z)$  et  $B(\epsilon, Z)$  les probabilités de réflexion d'Andreev et réflexion spéculaire et  $G_{NN}$  la conductance dans l'état normal de la jonction. La hauteur de la barrière est caractérisée par le paramètre  $Z$  qui est relié à la transparence par  $T = 1/(1 + Z^2)$ .

La figure 1.10 montre l'évolution de la conductance en fonction de la transparence de la barrière  $T$ . Lorsque la transmission de la barrière est très faible, la probabilité pour une réflexion d'Andreev  $A(\epsilon, Z) \sim T^2$  est très petite et la conductance sous le gap tend vers zéro. Le résultat est alors proche de celui obtenu en utilisant un hamiltonien tunnel où on néglige complètement la réflexion d'Andreev. Cette situation d'une jonction tunnel SIN peut être utilisée pour faire de la spectroscopie de la densité d'état du supraconducteur qui s'écrit :

$$\nu_S(\epsilon) = \nu_N \sqrt{\frac{(\epsilon + i\Gamma_S)^2}{(\epsilon + i\Gamma_S)^2 - \Delta^2}}, \quad (1.51)$$

---

<sup>27</sup>la transparence d'une barrière correspond à la transmission de ses canaux de conduction qui ont tous la même transmission  $T_n = T$ , si ce n'est pas spécifié autrement ; dans la littérature on utilise souvent le symbole  $\Gamma$  pour la transparence mais dans ce manuscrit, nous employons transmission et transparence comme synonymes et utilisons le même symbole  $T$

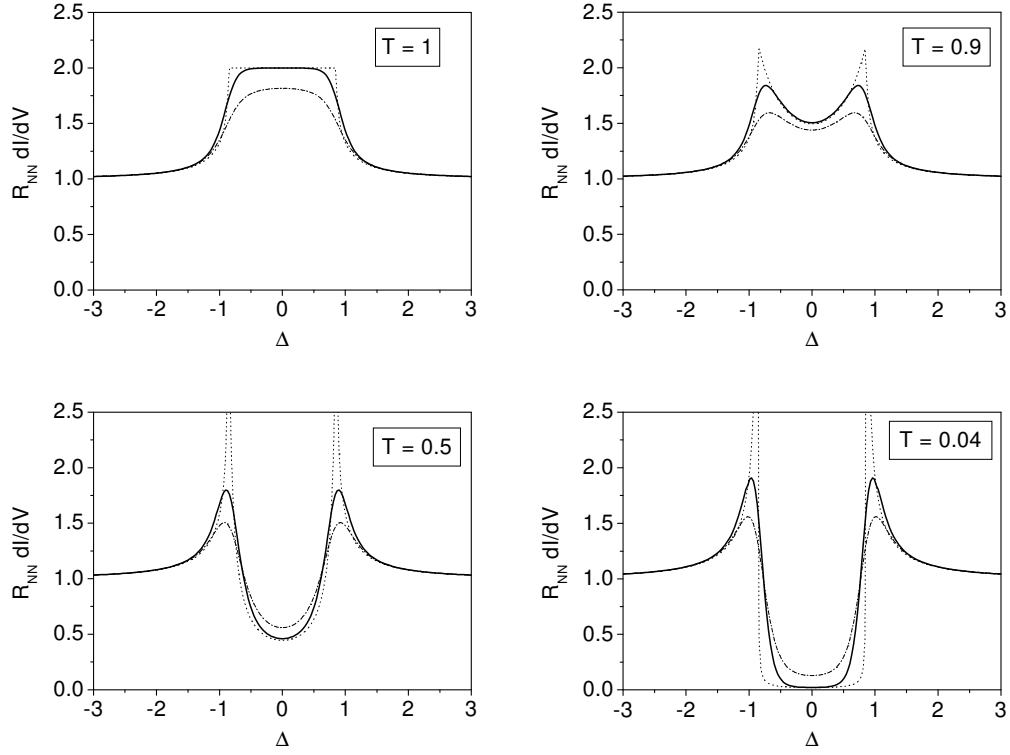


FIG. 1.10 – Caractéristiques conductance - tension selon le modèle BTK. La conductance est doublée pour une transparence parfaite mais montre un comportement tunnel pour  $T < 0.1$ . Les courbes pointillées sont calculées pour  $T = 0K$ . La température a tendance à arrondir les courbes à cause de la possibilité de trouver des quasiparticules excitées au dessus du gap (courbes pleines pour  $k_B T / \Delta = 0, 1$ ). Cette arrondissement est amplifié par la présence d'états de quasiparticules à des énergies au dessous du gap, caractérisées par le paramètre  $\Gamma_S$  (courbes tiret-pointillées  $\Gamma_S = 0, 1\Delta$ ).

où  $\nu_N$  est la densité d'état dans l'état normal, supposée constante<sup>28</sup> et  $\Gamma_S$  un paramètre phénoménologique pour décrire la durée de vie finie des quasiparticules dans le supraconducteur. Ce dernier paramètre, introduit par Dynes [48], conduit à un arrondissement du gap (voir figure 1.10).

En revanche, lorsque la transmission est parfaite, la conductance est doublée par rapport à  $G_{NN}$  dans une jonction balistique. En effet, la réflexion d'Andreev fait que le courant d'électrons au dessus du niveau de Fermi est doublé par un courant de trou sous le niveau de Fermi (voir figure 1.7). Comparé à une jonction NN, le courant est donc deux fois plus grand pour la même ten-

<sup>28</sup>La densité d'état du métal normal est également supposée constante et égale à  $\nu_N$

sion de polarisation, ce qui correspond au doublement de la conductance. On parle alors d'un courant d'excès qui est de manière générale défini comme :

$$I_{exc} = I(V) - \frac{V}{R_N}. \quad (1.52)$$

Différents auteurs ont considéré les limites d'application du modèle BTK, initialement prévu pour la description de contacts SN ponctuels. Van Son et al. ont raffiné le modèle en prenant en compte la diminution du gap dans le supraconducteur près de l'interface (effet de proximité inverse) pour des transparences proches de l'unité [143]. Mortensen et al. ont étudié la hauteur de la barrière apparente donnée par le modèle BTK, si on l'applique à des jonctions bi- ou tridimensionnelles pour lesquelles l'angle d'incidence des quasiparticules sur l'interface est libre [93]. Ils trouvent que le modèle BTK surestime la hauteur de la barrière apparente, mais l'effet est considérable seulement pour des  $Z$  faibles. En conclusion de ces études, on peut constater que la théorie BTK est appropriée à la description de jonctions tridimensionnelles pour des  $Z$  grand devant 1.

### ”Reflectionless tunneling”

Que se passe-t-il quand on rajoute à une jonction SIN balistique du désordre côté métal normal? Expérimentalement, on observe une caractéristique tunnel tant que la résistance de la barrière domine de beaucoup la résistance du métal normal. En revanche, lorsque le désordre augmente dans le métal normal et que sa résistance n'est plus négligeable devant la résistance de la barrière, un pic de conductance peut apparaître à basse tension. On parle alors d'une anomalie à tension nulle (en anglais : Zero Bias Anomaly, ZBA). Ce phénomène a été observé en premier par Kastalsky et al. dans un contact Nb/InGaAs [76], voir figure 1.11. Il s'agit d'un semi-conducteur

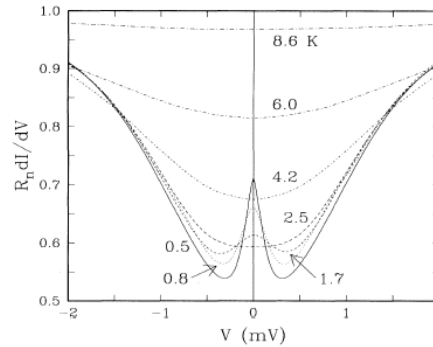


FIG. 1.11 – Observation du “reflectionless tunneling” par Kastalsky et al. [76]. A basse énergie, un pic de conductance est superposé à la caractéristique tunnel de la jonction.

dégénéré (le dopage est tel que le niveau de Fermi passe dans la bande de

conduction) qui est séparé du supraconducteur par une barrière Schottky<sup>29</sup>. L'augmentation de la conductance autour de tension nulle est due à des rétro-diffusions multiples des électrons vers l'interface par le désordre dans le semi-conducteur.

Considérons la situation schématisée dans la figure 1.12 : une barrière tunnel de transmission  $T \ll 1$  sépare le supraconducteur du métal normal. Une charge  $2e$  est transférée de N vers S lorsque l'électron incident est rétro-réfléchi en trou par réflexion d'Andreev, alors que si l'électron subit seulement des réflexions spéculaires et retourne vers le réservoir N, le courant est nul. A cause de la faible transparence de la barrière, la probabilité pour une réflexion d'Andreev est très faible, mais à basse énergie, quand trou et électron sont cohérents sur la longueur  $L_e \gg l_e$ , les ondes réfléchies peuvent interférer. De nouveau, il faut évaluer la phase pour savoir si cette interférence est constructive ou destructive. Pour  $\epsilon \ll \Delta$ , nous avons vu que la phase relative entre électron et trou imposée à l'interface par la réflexion d'Andreev est  $-\pi/2$ . La présence d'une barrière ne change rien à ce fait. Pour une réflexion spéculaire électron-électron, la phase relative est de  $-\pi$  et pour une réflexion trou-trou, de  $\pi$  [26]. A énergie nulle, le déphasage accumulé par la propagation est nul<sup>30</sup>.

Un électron arrive au point A à l'interface avec une phase qu'on suppose être zéro. Il est soit réfléchi par réflexion d'Andreev (figure 1.12 a1) soit par réflexion spéculaire (figure a2). Dans le premier cas, une paire de Cooper est créée et un trou avec la phase  $-\pi/2$  retourne vers le réservoir. Dans le deuxième cas, qui est plus probable à cause de la barrière à l'interface, l'électron avec la phase  $-\pi$  résultant de la réflexion spéculaire peut être rétro-diffusé vers la barrière par le désordre<sup>31</sup>. Il rencontre alors de nouveau l'interface au point B. En cas d'une réflexion d'Andreev au point B, un trou retrace le chemin de l'électron vers le point A avec une phase de  $-3\pi/2$  (figure b1). Arrivant au point A, ce trou peut être de nouveau réfléchi de deux façons. Après une réflexion spéculaire (figure c1), le trou retourne vers le réservoir avec une phase de  $-\pi/2$ , la même que possède le trou qui résulte de la réflexion d'Andreev dans la figure a1. En se rappelant du caractère ondulatoire des particules, on peut constater que les ondes partielles dans les figures a1 et c1 peuvent interférer constructivement car elles sont en phase. En revanche, après une nouvelle réflexion d'Andreev au point A (figure c2), l'onde électronique de phase  $-2\pi$  est en opposition de phase avec l'onde partielle de la figure a2. L'interférence est alors destructive.

---

<sup>29</sup>les détails d'une barrière Schottky seront décrits dans le chapitre 3

<sup>30</sup>les impuretés n'introduisent pas de déphasage supplémentaire, cf. la note 25

<sup>31</sup>parmi toutes les trajectoires de quasiparticules possibles, on ne considère ici que les trajectoires qui apportent une contribution cohérente à la conductance

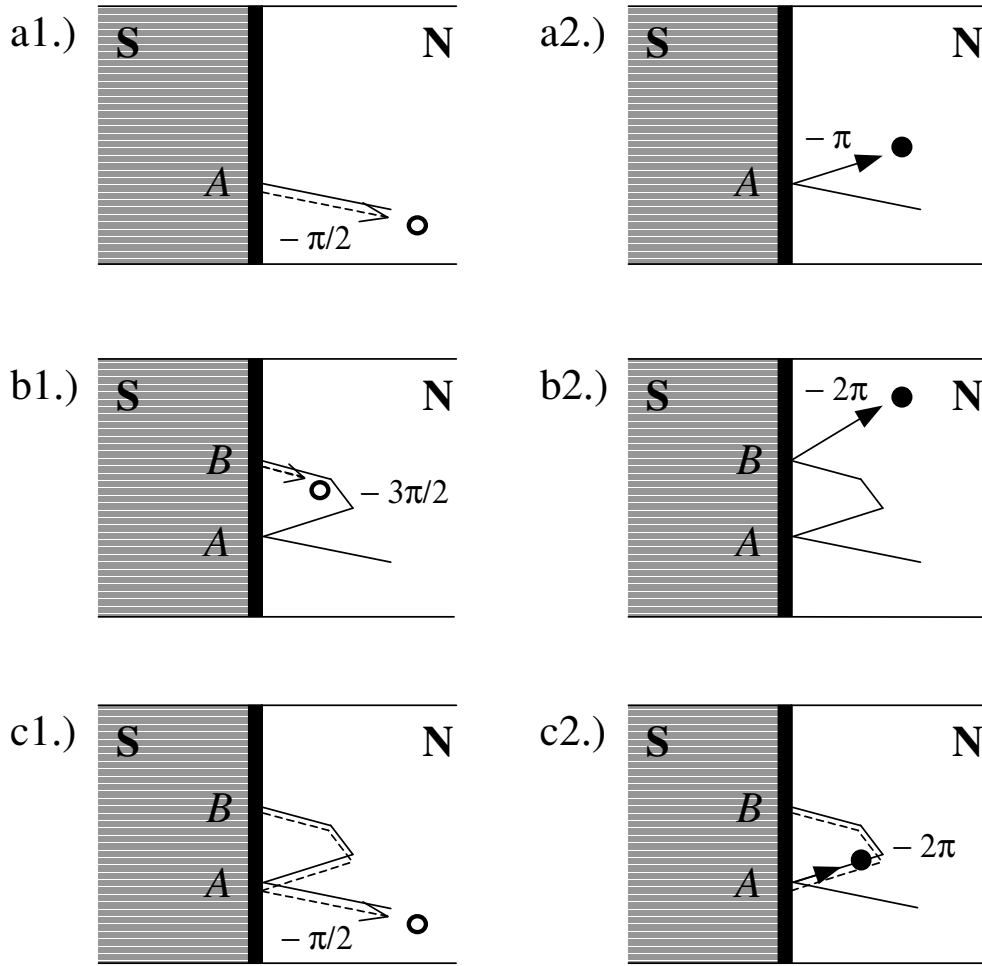


FIG. 1.12 – Origine de l’augmentation de la conductance à polarisation nulle dans des jonctions SIN désordonnées : la rétro-diffusion cohérente des quasi-particules vers la barrière par le désordre favorise la réflexion d’Andreev (cf. texte).

Ce que nous avons démontré ici pour seulement deux points de réflexion est vrai pour  $N$  points tant que la longueur du chemin total est inférieure à la longueur de cohérence de phase. Pour résumer, on peut constater que l’interférence est constructive pour les chemins résultant en un trou qui retourne vers le réservoir et destructive pour les chemins résultant en un électron. Cela signifie que la probabilité totale pour une réflexion d’Andreev, et donc pour le passage d’un courant de paire, est augmentée par la rétro-diffusion



cohérente des quasiparticules vers l'interface due au désordre. A énergie finie, l'interférence constructive est détruite par le déphasage de propagation et la conductance diminue quand la tension augmente.

Van Wees et al. ont proposé les premiers une explication de l'expérience de Kastalsky en terme d'amplitudes de réflexions spéculaires et d'Andreev [144]. Ce modèle était ensuite appliqué par Schechter et al. pour estimer le nombre  $z$  de retour à l'interface qu'il faut pour que la barrière ne soit plus efficace du tout (probabilité pour la réflexion d'Andreev égale à l'unité) [126, 127]. Pour le cas cohérent, ils trouvent  $z \sim T^{-1}$ , alors que la superposition incohérente demande  $z \sim T^{-2}$ .

A tension nulle et dans la limite  $l_e/L \ll T < 1$ , la résistance totale d'une jonction SIN avec  $N$  canaux s'écrit [91, 18] :

$$R_{SIN} = \frac{1}{G_Q N} \left( \frac{L}{l_e} + T^{-1} \right), \quad (1.53)$$

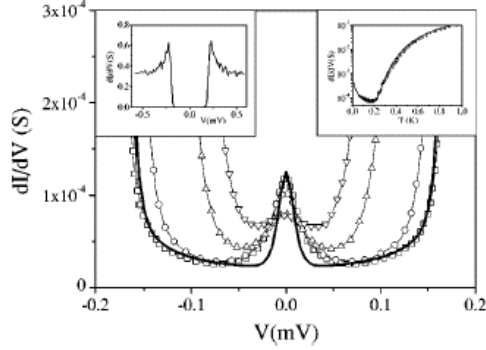
où  $L$  est la longueur du métal normal. La barrière contribue alors seulement avec un terme  $R_B \sim T^{-1}$  à la résistance totale, au lieu de  $R_B \sim T^{-2}$  comme attendu pour un effet tunnel à deux particules et observé dans le cas balistique. Tout se passe, si une des deux quasiparticules peut passer la barrière tunnel sans réflexion. C'est pourquoi on appelle aussi ce phénomène le “reflectionless tunneling”.

De nombreux autres auteurs se sont intéressés au “reflectionless tunneling”. En utilisant une théorie d'échelles, on peut l'interpréter en terme de reouverture de canaux de transmission [18]. Pour une barrière tunnel, la distribution des canaux est unimodale, centrée autour de la transmission moyenne de la barrière. Lorsque le désordre augmente, la distribution devient bimodale avec des canaux presque ouverts et presque fermés (cf. figure 1.5). Les premiers à avoir fait une prédiction quantitative à tension et température finies sont Volkov et al. en utilisant le formalisme des fonctions de Green [149, 146, 147]. Pratiquement en même temps, Hekking et Nazarov ont calculé l'influence de l'interférence de quasiparticules à la conductance des jonctions SIN avec une approche type hamiltonien tunnel [58, 59].

Expérimentalement, l'effet est observé dans de nombreuses structures supraconducteur / semi-conducteur présentant une barrière Schottky à l'interface [11, 90, 114, 118, 52]. L'avantage de ces jonctions est une forte résistance de la partie normale (beaucoup de désordre) mariée à une transparence moyenne ( $T \approx 10^{-2}$ ) de la barrière Schottky. En revanche, il n'y a qu'une seule observation du reflectionless tunneling dans un système SIN métallique [115] où l'amplitude de l'effet est beaucoup plus faible. En effet, une barrière d'oxyde est souvent peu transparente ( $T \approx 10^{-6}$ ) et le métal normal trop peu désordonné.

Cependant, il est possible d'utiliser une deuxième barrière pour augmenter la rétro-diffusion vers l'interface dans des systèmes métalliques. Au Laboratoire de Cryophysique, nous avons pu fabriquer des structures SININ diffusives à base d'aluminium et de cuivre ( $Al/Al_2O_3/Cu/Al_2O_3/Cu$ ) qui présentent le reflectionless tunneling [117]. Nous avons observé un pic de conductance autour de polarisation nulle dû aux réflexions multiples cohérentes entre les deux barrières d'alumine, voir figure 1.13.

FIG. 1.13 – Observation du “reflectionless tunneling” dans un système SININ [117]. L'augmentation de la conductance est observable à des températures en dessous de  $200\text{ mK}$  et  $V \simeq 50\text{ }\mu\text{V}$ . Le trait plein est un ajustement théorique en utilisant la prédiction de Volkov et al. [149].



### 1.4.3 Bruit de grenaille dans les jonctions SN

Pour calculer le bruit dans les systèmes SN, revenons au formalisme des matrices de diffusion. Pour les énergies  $|\epsilon| < \Delta$ , le supraconducteur agit comme un miroir qui renvoie un électron incident soit comme électron (réflexion spéculaire) soit comme trou (réflexion d'Andreev). La diffusion des ondes de quasiparticules peut donc être représentée par une matrice de réflexion  $r$  [40] :

$$r = \begin{pmatrix} r_{ee} & r_{eh} \\ r_{he} & r_{hh} \end{pmatrix}, \quad (1.54)$$

où, par exemple, la sous-matrice  $r_{he}$  comporte les amplitudes de réflexion des électrons incidents en trous sortants. Dans ce formalisme, à énergie nulle, la conductance et le bruit de grenaille pour  $N$  canaux de conduction sont donnés par [37] :

$$G_{SN} = 2G_Q \sum_{n=1}^N R_n = 2G_Q \sum_{n=1}^N \frac{T_n^2}{(2 - T_n)^2}, \quad (1.55)$$

$$S_{I_{SN}} = 2e|V|G_Q \sum_{n=1}^N 4R_n(1 - R_n) = 2e|V|G_Q \sum_{n=1}^N \frac{16T_n^2(1 - T_n)}{(2 - T_n)^4}, \quad (1.56)$$

où les valeurs propres  $R_n$  de la matrice  $r_{he}r_{he}^+$  ont été exprimées en terme de coefficients de transmission  $T_n$  de la partie normale de la jonction en utilisant les équations de Bogoliubov-de Gennes [35, 13]. Historiquement, Khlus était le premier à dériver l'équation (1.56) dans une approche avec des fonctions Green. Il a calculé le bruit pour une jonction SN tunnel à température et tension finies [77].

### Jonctions balistiques

Pour une jonction balistique avec des canaux parfaitement transmetteurs ( $T_n = 1$  pour tout  $n$ ), on retrouve le résultat de la théorie BTK. La conductance est doublée par rapport à l'état normal de conductance  $G_{NN}$  :

$$G_{SN} = 2NG_Q = 2G_{NN}. \quad (1.57)$$

Le courant est non-bruyant car, de même que dans le cas normal, les canaux complètement ouverts ne contribuent pas au bruit.

### Jonctions tunnel

Lorsque  $T_n = T \ll 1$  pour tout  $n$ , on obtient pour la conductance :

$$G_{SIN} = G_Q N \frac{T^2}{2} \quad (1.58)$$

La proportionnalité au carré de la transparence de la barrière traduit le fait qu'il s'agit d'un transport à deux particules, car seule la réflexion d'Andreev permet de traverser l'interface S/N. Cette probabilité étant très faible, les charges d'unité  $2e$  sont transférées de façon non-corrélée dans un processus poissonien. Le bruit de grenaille correspond donc à deux fois le bruit poissonien normal :

$$S_{I_{SIN}} = 2e|V|G_QNT^2 = 4eI. \quad (1.59)$$

Des calculs à température finie et tenant compte de l'effet de proximité ont été récemment effectués par Pistoiesi et al. [113]. Il s'avère que pour des énergies inférieures au gap, une formule analogue au cas normal (équation (1.42)) est valable, avec une charge effective  $e^* = 2e$  :

$$S_I = 4eI(V, T) \coth\left(\frac{eV}{k_B T}\right). \quad (1.60)$$

En particulier, dans la limite  $eV \gg k_B T$ , on retrouve le résultat (1.59) mais cette fois avec une caractéristique  $I(V, T)$  *non-linéaire* due à l'effet de proximité. La mise en évidence du doublement de bruit dans une jonction SIN est l'un des résultats principaux de cette thèse (voir chapitre 3).

### Jonctions diffusives

Considérons de nouveau la situation d'un métal diffusif entre un réservoir supraconducteur et un réservoir normal, tous les deux connectés par une bonne interface. Les coefficients de transmission dans ce fil diffusif suivent une distribution bimodale (cf. section 1.3.2) et on obtient la conductance moyennée sur le désordre à énergie nulle :

$$G_{SN} = G_{NN} \quad (1.61)$$

Nous avons déjà expliqué ce résultat surprenant (la réentrance) dans la section précédente par l'absence d'états d'Andreev à énergie nulle.

En l'absence d'une barrière tunnel à l'interface, le bruit est généré par la diffusion des quasiparticules dans la partie normale. La distribution bimodale des probabilités de transmission est alors à l'origine d'une réduction du bruit à un tiers de la valeur poissonnienne pour un métal normal sans interactions. Pour la jonction SN diffusive, on retrouve cette réduction :

$$S_{I_{SN}} = \frac{1}{3}4eI \quad (1.62)$$

Cependant, le bruit est doublé à cause de la réflexion d'Andreev à l'interface : le nombre de quasiparticules qui diffusent dans la partie normale, est doublé par rapport au cas normal pour une même tension.

Ce doublement du bruit a été mis en évidence dans notre laboratoire il y a quelques années [72]. La figure 1.14 montre la jonction Cu/Nb étudiée. La résistance présente un comportement réentrant en fonction de la température avec un minimum autour de  $500\text{ mK}$ . La densité spectrale de bruit montre clairement le doublement du bruit de grenaille pour des tensions inférieures au gap de Nb (cf. figure 1.15). Les mesures ont été effectuées à  $1,35\text{ K}$ , une température pour laquelle l'effet de proximité est faible ( $L_T < L$  ou équivalent  $E_{Th} < k_B T$ ). Une approche semi-classique pour la description théorique est alors adaptée.

Nagaev et Büttiker [101] utilisent l'approche Boltzmann-Langevin, présentée dans la section 1.2, et calculent la fonction de distribution locale dans le métal normal. En présence du supraconducteur, tout se passe comme s'il s'agissait de la situation normale avec un fil deux fois plus long ( $-L$  à  $L$ ) et une tension appliquée de  $2eV$ . Comparé au cas de deux réservoirs normaux, l'intervalle des états électroniques partiellement occupés s'étend maintenant de  $E_F - eV$  à  $E_F + eV$ , ce qui explique dans l'image semi-classique le doublement du bruit (voir figure 1.16). Ainsi, en injectant la fonction de distribution dans l'équation (1.15), on obtient dans la limite de température nulle :

$$eV < \Delta : \quad S_I = \frac{1}{3}4eI \quad (1.63)$$

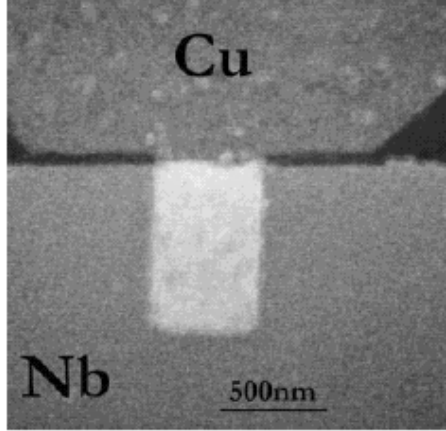


FIG. 1.14 – Un doigt de cuivre ( $800\text{ nm} \times 500\text{ nm}$ ) recouvre le réservoir de niobium. Une interface sans barrière est obtenue par nettoyage de la surface du niobium avec un faisceau d'argon juste avant le dépôt du cuivre.

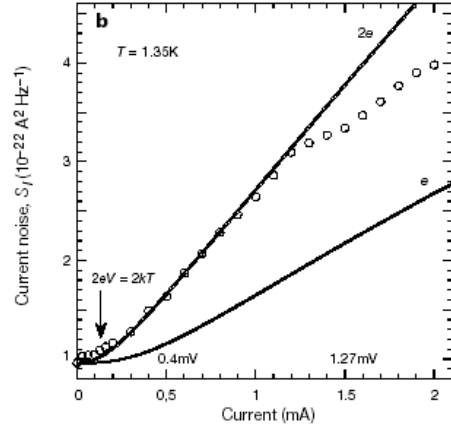


FIG. 1.15 – Doublement du bruit de grenaille dans une jonction SN. Au dessus du crossover thermique et jusqu'au gap de Nb ( $\sim 1,2\text{ meV}$ ) le bruit (cercles) est proportionnel à  $2e$ . Pour des tensions  $eV > \Delta$  on observe un crossover vers une pente  $e$  due au courant des quasiparticules.

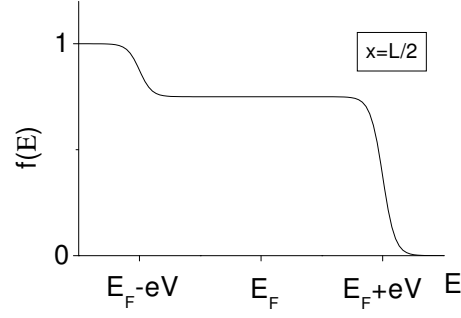
$$eV > \Delta : S_I = \frac{1}{3}2eI + \frac{2\Delta}{3R} = \frac{2}{3R}(eV + \Delta). \quad (1.64)$$

Pour des tensions inférieures au gap, on recouvre le résultat de l'approche cohérente. A des tensions supérieures au gap, un transfert de quasiparticules dans le supraconducteur devient possible et le bruit est proportionnel à la charge  $e$ . On observe un bruit d'excès  $2\Delta/3R$ . La théorie semi-classique à température finie explique très précisément les résultats expérimentaux de Jehl et al. sur toute la gamme de tension mesurée [71].

A peu près en même temps, Kozhevnikov et al. ont montré le doublement du bruit dans un système Au/Nb [81]. Ces mesures ont été faites à  $100\text{ mK}$ , tel que  $k_B T < E_{Th}$ . Étant donné que les paires d'Andreev restent cohérentes sur toute la longueur de l'échantillon, une interprétation du doublement de bruit en terme de diffusion de charges effectives d'unité  $2e$  est possible.

Récemment, des considérations plus précises des données de Kozhevnikov et al. ont montré une déviation de la charge effective de la valeur  $2e$  (correspondant à un facteur de Fano de  $2/3$ ) pour des énergies autour de  $E_{Th}$ . Belzig et Nazarov ont calculé la statistique complète du transfert de charges pour

FIG. 1.16 – Fonction de distribution au milieu d'un métal diffusif ( $x = L/2$ ) connecté à un supraconducteur à  $x = 0$ . Le plateau avec  $f \neq 0,1$  s'étend sur un intervalle d'énergie  $2eV$  ce qui est deux fois plus grand que dans le cas normal à la même tension.



le cas SN en tenant compte de l'effet de proximité [20] et ont confirmé cette anomalie dans le bruit.

Pour clarifier l'origine de cette anomalie, Reulet et al. ont mesuré le bruit dans un interféromètre d'Andreev [119]. C'est une structure où un métal normal multi-terminaux est connecté avec un bras à un réservoir normal et avec deux autres à une boucle supraconductrice, voir figure 1.17b. Elle permet de

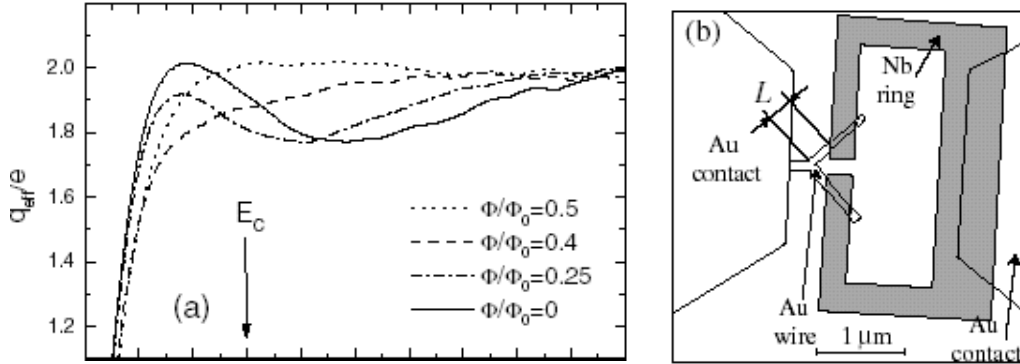


FIG. 1.17 – (a) La charge effective mesurée en fonction du flux magnétique appliqué dans la boucle supraconducteur dans un interféromètre d'Andreev, d'après Reulet et al. [119]. On observe une réduction de la charge effective autour de l'énergie de Thouless (ici symbole  $E_c$ ) pour  $\Phi/\Phi_0 = 0$  et  $0,25$  qui est interprétée comme signature de corrélations entre paires d'Andreev. (b) Géométrie de l'interféromètre d'Andreev.

tester la sensibilité de la charge effective à une différence de phase entre les deux réservoirs supraconducteurs, qui est établie par l'application d'un flux magnétique dans la boucle. Les résultats (voir figure 1.17a) favorisent une interprétation de la réduction du bruit observée autour de  $E_{Th}$  en terme de corrélations entre paires : pour  $\epsilon \sim E_{Th}$ , les états d'Andreev s'étalent sur

toute la longueur de l'échantillon, ce qui induit des corrélations entre différents états. Une entrée anti-corrélée des (paires de) charges réduit le bruit, analogue au cas normal. *Ici, il s'agit néanmoins d'un effet lié à l'interférence quantique car c'est elle qui est à l'origine des états d'Andreev.* Pour  $\epsilon \ll E_{Th}$ , des états d'Andreev n'existent pas, la diffusion des paires d'Andreev est alors indépendante et la charge effective vaut  $2e$ . C'est également le cas pour  $\epsilon \gg E_{Th}$  car les états d'Andreev s'étalent seulement sur une petite partie de la jonction et les corrélations induites sont négligeables.

L'influence de l'effet de proximité sur le bruit dans des structures hybrides a été étudiée théoriquement par d'autres auteurs. Stenberg et Heikkilä utilisent une approche matrice de diffusion numérique et calculent la conductance et le bruit dans une jonction SN avec une barrière de hauteur variable à l'interface [137]. Cependant, leur calcul s'applique seulement à un système en deux dimensions et de petite taille. Très récemment, Houzet et Pistolessi ont calculé la dépendance en énergie du bruit qui résulte des mêmes effets d'interférence quantique produisant une caractéristique  $I(V)$  non-linéaire [65]. En ce sens, ils étendent les travaux de Belzig et Nazarov [20] à des systèmes formés d'un fil diffusif connecté à un réservoir supraconducteur à travers une barrière arbitraire. Ils trouvent qu'une augmentation de la transmission totale du système tend à s'accompagner d'une diminution du facteur de Fano, ce qui rappelle la relation  $F = 1 - T$  dans un métal normal (avec un canal). Finalement, mentionnons des travaux concernant des structures plus compliquées (SININ et SNIN) [49, 125]. La présence de deux barrières identiques dans le cas SININ conduit à des effets de résonance et un facteur de Fano de  $3/4$  à énergie nulle.

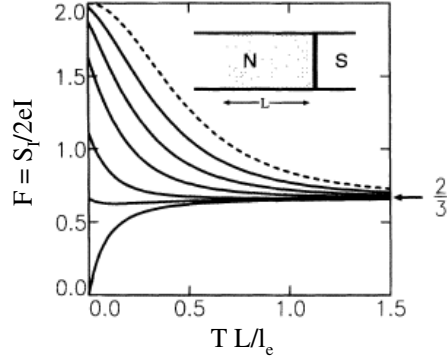
### Transition entre le régime balistique, tunnel et diffusif

De Jong et Beenakker ont étudié le cas très général où un métal diffusif de longueur  $L$  et de libre parcours moyen élastique  $l_e$  est connecté à un supraconducteur par une interface de transparence  $T$  [37]. Ils supposent le même nombre de canaux de conduction dans le métal diffusif et dans la barrière. La figure 1.18 montre l'évolution du facteur de Fano à énergie nulle en fonction de  $TL/l_e$  pour différentes valeurs de la transparence<sup>32</sup>. On retrouve, par exemple, lorsque  $T = 1$  et dans le cas balistique ( $L \ll l_e$ ), que le facteur de Fano est nul. Quand la transparence est faible ( $T \ll 1$ ), on obtient le doublement du bruit Schottky ( $F = 2$ ) lorsque la résistance de la barrière domine la résistance du métal normal ( $TL/l_e \ll 1$ ). En revanche, même

---

<sup>32</sup>le rapport  $TL/l_e$  correspond au rapport de la résistance du métal diffusif  $R_N \approx L/(NG_Q l_e)$  (cf. l'équation 1.43) et de la résistance de la barrière dans l'état normal  $R_B = (NG_Q T)^{-1}$

FIG. 1.18 – Facteur de Fano pour une jonction S(I)N en fonction du rapport  $TL/l_e$  (voir note 32) pour différentes transparences  $T$  de la barrière d'après de Jong et Beenakker [37]. De bas en haut :  $T = 1; 0,9; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2$ ; ligne pointillée  $T \ll 1$ .



pour une transparence  $T \ll 1$ , on s'aperçoit que le facteur de Fano vaut  $2/3$  quand la résistance du métal normal domine la résistance de la jonction. Quand  $R_B$  et  $R_N$  sont du même ordre de grandeur, le facteur de Fano peut prendre des valeurs intermédiaires entre 2 et  $2/3$ .

## 1.5 Jonctions SNS

Le fait d'ajouter un deuxième supraconducteur à une jonction SN fait intervenir de nouveaux phénomènes dans le transport électronique, notamment les réflexions d'Andreev multiples (en anglais : Multiple Andreev Reflections (MAR)). En fonction de la longueur  $L$  de la partie normale entre les deux réservoirs supraconducteurs, différents régimes de transport peuvent être observés :

- Lorsque la longueur de cohérence pour une paire d'Andreev est inférieure à  $L$ , la jonction se trouve dans le régime de transport incohérent<sup>33</sup>. C'est le cas dans des jonctions longues avec  $L > L_\phi$  ou  $L \gg L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T}}$ , ainsi que dans des jonctions plus courtes à des tensions  $eV > E_{Th}$  ce qui correspond à  $L > L_V = \sqrt{\frac{\hbar D}{eV}}$ . On observe alors des MAR incohérentes.
- Le régime de transport cohérent, observé pour  $L < L_\phi$ ,  $L \lesssim L_T$  et  $eV < E_{Th}$ , est plus compliqué car différents processus de MAR peuvent interférer et former des états liés d'Andreev. Ces états peuvent porter un courant supraconducteur et l'observation des effets Josephson continu et alternatif devient possible.

<sup>33</sup> dans le cas des jonctions SNS, nous utilisons les termes "régime incohérent" et "régime cohérent" par rapport à la cohérence des paires d'Andreev



D'un point de vue de la physique mésoscopique, il est très intéressant d'étudier la transition du régime de transport cohérent vers le régime incohérent qui a lieu autour de l'énergie de Thouless  $E_{Th}$  (voir le chapitre 5).

Cependant, à ce jour, il n'existe pas de description théorique de cette transition. Dans cette section, nous présenterons donc les modèles théoriques traitant les cas limites des jonctions très longues avec une énergie de Thouless  $E_{Th} \ll \Delta$  et des jonctions très courtes avec  $E_{Th} > \Delta$ .

### 1.5.1 Effets Josephson

#### Jonctions SIS

Avant d'étudier les jonctions SNS diffusives, qui nous intéressent au cours de cette thèse, il est pratique de donner un petit aperçu des effets Josephson dans une jonction tunnel SIS. Ils constituent en effet la base pour le traitement de toutes sortes de liens faibles entre deux supraconducteurs.

Si deux supraconducteurs, ayant les phases  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$ , sont séparés seulement par une fine couche d'isolant, on peut observer un courant supraconducteur en plus du courant tunnel de quasiparticules. Josephson a dérivé deux équations qui décrivent cette situation [74, 75]. La première décrit la relation courant-phase :

$$I_s = I_c \sin(\Delta\Phi). \quad (1.65)$$

$I_c$  est le courant critique de la jonction, c'est à dire le supercourant maximal, et  $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  correspond à la différence de phase entre les deux électrodes. Le passage du courant sans dissipation à travers la barrière d'isolant est appelé effet Josephson continu.

Lorsqu'on applique une tension à la jonction, la différence de phase devient dépendante du temps. Cette situation est décrite par la seconde équation dérivée par Josephson :

$$\frac{d(\Delta\Phi)}{dt} = \frac{2eV}{\hbar}. \quad (1.66)$$

De l'équation (1.65) suit alors qu'un supercourant alternatif de fréquence  $f_J = 2eV/\hbar$  est présent dans la jonction. C'est l'effet Josephson alternatif.

Le courant alternatif peut-être révélé par une irradiation radio-fréquence à la fréquence  $\nu$ . Lorsqu'un multiple de  $\nu$  est proche de la fréquence Josephson  $f_J$ , il y a une synchronisation des oscillations Josephson qui se traduit par des marches de courant, appelées marches de Shapiro, dans la caractéristique  $I(V)$  pour les tensions  $V_n = n\nu\hbar/2e$ , avec  $n$  entier.

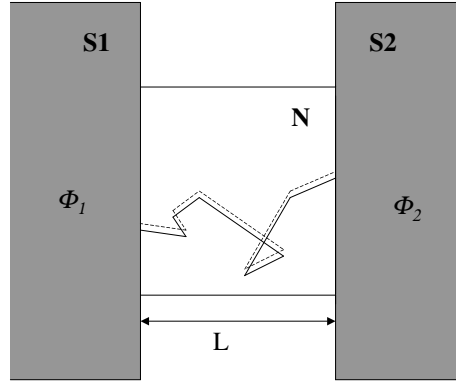
L'inverse de la fréquence Josephson,  $1/f_J = \tau_J = \hbar/2eV$ , correspond au temps pendant lequel la différence de phase  $\Delta\Phi$  varie de  $2\pi$ .

### Jonctions SNS

**États liés d'Andreev.** Dans une jonction SNS, le lien faible entre les deux supraconducteurs est constitué d'un métal normal et le supercourant est porté par des états liés d'Andreev qui se forment par l'interférence quantique constructive, voir figure 1.19. A l'interface avec le supraconducteur S1, un électron d'énergie  $|\epsilon| < \Delta$  est rétro-réfléchi par réflexion d'Andreev en trou qui retrace le chemin de l'électron. Le trou est ensuite transformé en électron par une deuxième réflexion d'Andreev à l'interface avec le supraconducteur S2. Ce deuxième électron peut interférer avec le premier. La différence de phase totale  $\delta\phi$  entre les deux électrons se compose de phases relatives imposées par les réflexions d'Andreev aux interfaces  $\phi_i = f(\Phi_{1,2}, \epsilon)$  et du déphasage de propagation  $\phi_p$ . Ainsi, la condition d'interférence constructive  $\delta\phi = \phi_i + \phi_p = 2\pi n$ , avec  $n$  entier, détermine le spectre des états liés d'Andreev. Par rapport au cas SN, où toutes les réflexions d'Andreev concernaient le même supraconducteur, le système SNS a un degré de liberté de plus : la différence de phase  $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  entre les deux réservoirs.

Dans une jonction SNS balistique et unidimensionnelle, le spectre des états

FIG. 1.19 – Formation d'un état d'Andreev lié dans une jonction SNS par interférence constructive entre quasiparticules. Le supercourant, porté par ces états, dépend de la différence de phase entre les deux réservoirs.



liés est discret. En revanche, dans une jonction diffusive, on observe un continuum d'états au dessus d'une certaine énergie  $E_g$  qui dépend de  $\Delta\Phi$ .  $E_g$  varie entre  $3.12E_{Th}$  pour  $\Delta\Phi = 0$  et 0 pour  $\Delta\Phi = \pi$  [158].

**Régime stationnaire - effet Josephson continu.** Intéressons nous d'abord au régime  $I < I_c$ , où la différence de phase  $\Delta\Phi$  est fixe. La relation courant-phase dans des jonctions SNS diffusives est en général non-sinusoïdale. C'est seulement pour  $k_B T \gg E_{Th}$ , qu'on retrouve l'équation (1.65) décrivant une jonction Josephson idéale [156].

Le courant critique dépend fortement de la longueur  $L$  de la partie normale de la jonction. Pour les jonctions très courtes avec une énergie de Thouless

$E_{Th} > \Delta$ , ce qui est équivalent à  $L < \xi_N = (\hbar D/\Delta)^{1/2}$ , le courant critique à température nulle est déterminé par la valeur du gap<sup>34</sup> :  $eI_c R_N = 2,07\Delta$ .

En revanche, pour les jonctions avec  $E_{Th} < \Delta$ , l'énergie de Thouless devient la grandeur déterminante. Cette limite a été étudiée en détail par Dubos et al. [45, 47] pour ce qui est de l'expérience, et Wilhelm et al. [157] pour la théorie. Dans la gamme de température  $k_B T \geq E_{Th}$ , ils trouvent pour la dépendance du courant critique de la température :

$$eI_c R_N = 64\pi k_B T \sum_{\omega_n} \frac{L}{\xi_{\omega_n}} \frac{\Delta^2}{[\omega_n + \Omega_n + \sqrt{2(\Omega_n^2 + \omega_n \Omega_n)}]^2} \exp\left(-\frac{L}{\xi_{\omega_n}}\right), \quad (1.67)$$

où  $\omega_n = (2n+1)\pi k_B T$ ,  $\Omega_n = \sqrt{\Delta^2 + \omega_n^2}$  et  $\xi_{\omega_n} = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\omega_n}}$ .

Pour compléter les ajustements à très basse température, la loi d'interpolation suivante peut être utilisée :

$$eR_N I_c = bE_{Th} \left(1 - 1.3 \exp\left[-\frac{bE_{Th}}{3, 2k_B T}\right]\right). \quad (1.68)$$

La précision de cette approximation par rapport à la solution numérique du problème est meilleure que 1% pour  $\Delta/E_{Th} \geq 20$  et  $k_B T \leq 2,5E_{Th}$ .

Lorsque  $T$  tend vers zéro, on obtient  $eI_c R_N = bE_{Th}$ . Le pré-facteur  $b$  dépend du rapport  $E_{Th}/\Delta$ . Sa valeur asymptotique<sup>35</sup> pour des jonctions très longues est  $b = 10,82$ .

**Régime dynamique - effet Josephson alternatif.** A tension de polarisation  $V$  finie, la différence de phase  $\Delta\Phi$  et donc les niveaux énergétiques des états liés d'Andreev dépendent du temps, c'est le régime dynamique. La description théorique de ce régime est très compliquée, car il faut prendre en compte les trois temps caractéristiques du problème : le temps Josephson  $\tau_J$  qui donne la fréquence d'oscillation  $f_J = 1/\tau_J$  des états liés d'Andreev, le temps de diffusion  $\tau_D = L^2/D$  nécessaire à une quasiparticule pour traverser la jonction (c'est donc l'échelle de temps pour établir un état lié d'Andreev) et le temps d'interactions inélastiques  $\tau_{in}$  qui détermine la relaxation de la population électronique portée hors-équilibre par la tension.

Expérimentalement, Dubos et al. ont étudié des jonctions Nb/Cu/Nb dans le régime dynamique [46]. Ils observent un large pic dans la résistance différentielle à des tensions  $eV = \hbar/\tau_{in}$ , c'est à dire à la transition entre les régimes

---

<sup>34</sup>pour faciliter la comparaison avec d'autres liens faibles, il est habituel de considérer le produit  $eI_c R_N$ , où  $R_N$  est la résistance de la partie N dans l'état normal

<sup>35</sup>des valeurs  $b$  pour des jonctions de longueur intermédiaire peuvent être trouvées dans [45]

## 1.5. Jonctions supraconducteur/métal normal/supraconducteur

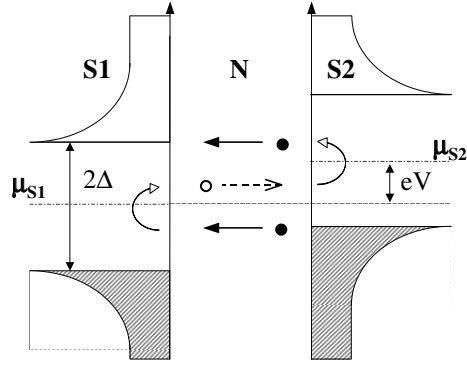
$\tau_J > \tau_{in} > \tau_D$  et  $\tau_{in} > \tau_J > \tau_D$ . De plus, sous irradiation avec des micro-ondes à la fréquence  $\nu$ , ils ont pu mettre en évidence des marches de Shapiro à des tensions sous-multiples de  $V = \nu h/2e$ . La présence de ces marches indique le transfert cohérent de charges multiples lors d'une période Josephson  $\tau_J$ . Un concept pour expliquer le transfert de charges multiples sera introduit dans le paragraphe suivant - les réflexions d'Andreev multiples.

### 1.5.2 Réflexions d'Andreev multiples

Sous l'influence d'une tension  $V$  appliquée aux bornes d'une jonction SNS, une quasiparticule dans la partie normale est rétro-réfléchiée de façon successive aux deux interfaces avec les réservoirs supraconducteurs et gagne l'énergie  $eV$  à chaque passage. Ce processus de réflexions d'Andreev multiples se poursuit jusqu'à ce que la quasiparticule passe dans le réservoir à une énergie supérieure au gap (voir figure 1.20).

Dans les jonctions très courtes,  $L < \xi_N$ , les MAR sont cohérentes et peuvent

FIG. 1.20 – Réflexions d'Andreev multiples dans une jonction SNS. Deux réflexions successives font passer une paire de Cooper de S2 à S1. Lorsque la tension correspond à  $eV = 2\Delta/n$  avec  $n$  entier (dans l'image  $n = 3$ ), les quasiparticules arrivent juste au niveau de la singularité dans la densité d'états, ce qui donne lieu à des pics de conductance.



interférer - des états liés d'Andreev s'établissent. On observe un courant d'excès (cf. l'équation (1.52)) très grand. Dans la limite  $eV \gg \Delta$ , il atteint la valeur asymptotique [12],

$$I_{exc} = \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 \right) \frac{\Delta G_N}{e}, \quad (1.69)$$

où  $G_N$  est la conductance de la partie N dans l'état normal.

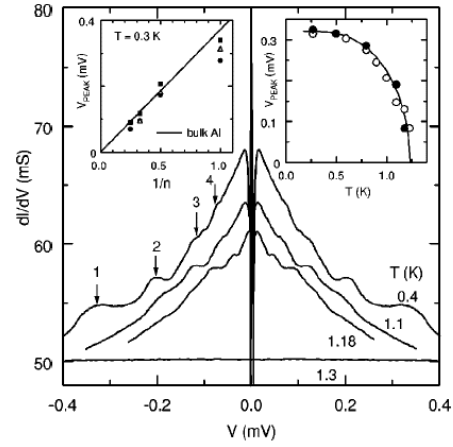
En revanche, dans les jonctions longues, les MAR sont cohérentes seulement dans une fenêtre d'énergie  $eV < E_{Th}$ . Le courant d'excès est alors fortement réduit [149] :

$$I_{exc} = 0,82 \frac{\Delta G_N \xi_S}{e L}, \quad (1.70)$$

notamment par le rapport entre la longueur de cohérence du supraconducteur  $\xi_S$  et  $L$ .

Les MAR se manifestent également dans la conductance des jonctions SNS par les structures sub-harmoniques du gap : la caractéristique courant-tension présente des anomalies à des tensions telle que  $V = 2\Delta/en$ , avec  $n$  entier, à cause de la singularité dans la densité d'états des supraconducteurs. Ces anomalies, appelées en anglais subharmonic gap structures (SGS), donnent lieu à des pics de conductance. Les SGS ont été observées par de nombreux auteurs, voir par exemple la figure 1.21 d'après Hoss et al. [64]. L'explication

FIG. 1.21 – Structures sub-harmoniques observées par Hoss et al. [64] dans une série de jonctions Al/Cu/Al. Des anomalies à des tensions  $2\Delta/en$  avec  $n = 1 - 4$  sont visibles comme pics dans la conductance différentielle  $dI/dV$ .



pour l'apparition des SGS a été donnée en premier par Klapwijk et al. dans des jonctions balistiques, incohérentes et avec des interfaces SN parfaites [78]. Ensuite, Octavio et al. ont généralisé ce modèle semi-classique aux jonctions de transparence quelconque [110]. Le cas diffusif a été traité par Volkov and Klapwijk dans une situation proche de l'équilibre [148] et, seulement récemment, par Bezuglyi et al. pour la situation hors-équilibre [22]. La spécificité des jonctions diffusives et longues est un effet de parité concernant les SGS. Les amplitudes des pics de conductance aux tensions  $2\Delta/ne$  sont différentes pour  $n$  pair et  $n$  impair à cause d'une augmentation de la probabilité de réflexion d'Andreev autour de l'énergie de Fermi. Les pics "pairs" sont affectés par cette augmentation car, pour les tensions correspondantes, les quasiparticules sont réfléchies à des énergies proches du niveau de Fermi, ce qui n'est pas le cas pour les tensions correspondantes aux pics "impairs". Une différence d'amplitude entre les pics pairs et impairs a été observée expérimentalement par Taboryski et al. [140]. Dans ce travail, les pics  $n = 2$  et  $n = 4$  sont très marqués, voire même doublés, alors que le pic  $n = 3$  n'est pas observable.

### 1.5.3 Bruit en courant dans les jonctions SNS

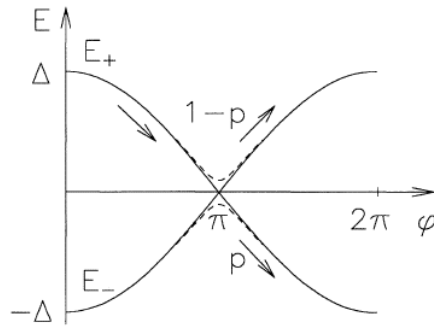
#### Bruit dans le régime cohérent

Le courant de paires dans une jonction Josephson tunnel (SIS) est une propriété de l'état fondamental supraconducteur et il ne fluctue pas. Les fluctuations qu'on peut observer dans le régime dissipatif sont liées au courant de quasiparticules. En revanche, dans les jonctions SNS, même le supercourant peut fluctuer car il est porté par des états liés d'Andreev qui sont formés par l'interférence constructive des ondes de quasiparticules.

**Jonctions SNS monocanal.** Considérons la situation d'un métal unidimensionnel de longueur  $L \ll \xi_N$  avec un seul canal balistique ( $T = 1$ ) entre deux supraconducteurs. Dans ce cas, seulement deux états liés existent, aux énergies  $E_{\pm} = \pm \Delta \cos(\Delta\Phi/2)$  [19], voir figure 1.22. Les états portent des supercourants  $I_{\pm} = \pm I_0 \sin(\Delta\Phi/2)$  ayant des directions opposées. Le supercourant net est le résultat de la différence dans l'occupation des deux états. Averin et Imam ont montré que l'échange de quasiparticules entre les états liés et les électrodes par des processus de relaxation est à l'origine d'un bruit dans le supercourant à basse fréquence [10].

A tension finie mais faible,  $eV < \Delta$ , les charges sont transférées par des réflexions d'Andreev multiples. A cause de la cohérence du processus, on peut dire que le courant est véhiculé par des charges multiples d'unité  $q_{eff} = \frac{2\Delta}{eV}e$ . Pour ce régime, Averin et Imam prédisent une augmentation du bruit qui peut alors être interprétée comme bruit de grenaille de ces charges multiples [10]. Lorsqu'on admet une transmission  $T < 1$  du canal, les deux états liés  $E_+$  et  $E_-$  deviennent couplés et au point de croisement  $\Delta\Phi = \pi$  s'ouvre un gap de taille  $2\Delta\sqrt{1-T}$ , cf. les lignes pointillées dans la figure 1.22. La jonction qui

FIG. 1.22 – Énergie des états liés d'Andreev en fonction de la différence de phase entre les deux supraconducteurs d'une jonction SNS monocanal courte [9]. Quand la probabilité de réflexion est finie dans le canal, un gap s'ouvre (courbe pointillée) et des transitions Landau-Zener peuvent avoir lieu. Le symbole  $\phi$  correspond à  $\Delta\Phi$  dans le texte.



est, par exemple, dans l'état  $E_+$  à  $\Delta\Phi = 0$  peut maintenant évoluer de deux

façons autour de  $\Delta\Phi = \pi$ . Soit elle subit une transition de type Landau-Zener [9], c'est à dire pour  $\Delta\Phi > \pi$  elle se trouve dans l'état  $E_+$  (comme dans le cas  $T = 1$ , sans gap) et une charge  $2\Delta/V$  est transférée. Soit elle ne transite pas et reste dans le domaine  $E > 0$  en suivant l'état  $E_-$  pour  $\Delta\Phi > \pi$ . Aucune charge est alors transmise. Le changement aléatoire entre des cycles où aucune charge n'est transférée et des cycles avec transfert de charge  $\frac{2\Delta}{eV}e$  induit un bruit de grenaille très important, qui domine à basse tension. Naveh et Averin ont calculé la densité spectrale de bruit pour le cas monocanal à basse fréquence et pour des petits coefficients de réflexions  $R = 1 - T$  [103] :

$$S_I(V) = \frac{4e^2\Delta}{\pi\hbar}p(1-p)\frac{2\Delta}{eV}, \quad (1.71)$$

où  $p = \exp[-\pi(1 - T)\Delta/eV]$  est la probabilité pour une transition Landau-Zener au point  $\Delta\Phi = \pi$ .

Le bruit dans les contacts ponctuels supraconducteurs a été également analysé par Hessling et al. [62] et Cuevas et al. [33]. Ces derniers montrent que la charge effective augmente en fonction de  $1/V$  sous forme de marches lorsque la transmission du contact est faible. Les plateaux correspondent alors aux charges multiples transférées par MAR. Quand la transmission du contact augmente, des processus MAR d'ordre supérieur<sup>36</sup> participent au transport. L'unité des charges transférées est alors moins bien définie et les marches disparaissent.

**Jonctions SNS diffusives et très courtes.** Pour des jonctions multicanaux de longueur  $L < \xi_N$ , on doit moyenner l'équation (1.71) sur la distribution des transmissions. En utilisant la distribution de Dorokhov (cf. figure 1.5), on obtient :

$$S_I(V) = 2\Delta G_N(\sqrt{2} - 1)\left(\frac{2\Delta}{eV}\right)^{1/2}. \quad (1.72)$$

Pour retrouver la proportionnalité du bruit de grenaille au courant moyen, on peut introduire le courant qui, à cause de l'effet de proximité, dépend de façon non-linéaire de la tension :  $I(V) = G_N(V\Delta/e)^{1/2}$  [12]. Le bruit s'écrit alors :

$$S_I(I) = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)q_{eff}I. \quad (1.73)$$

---

<sup>36</sup>Les MAR d'ordre supérieur impliquent un nombre  $N$  de réflexions d'Andreev plus important que le minimum  $N_{min} = \text{int}[\frac{2\Delta}{eV}]$  nécessaire à une tension  $V$  donnée. La contribution des MAR d'ordre supérieur au courant diminue rapidement avec la transmission  $T$  du contact, car l'amplitude du courant d'un processus d'ordre  $N$  est proportionnelle à  $T^N$ .

## 1.5. Jonctions supraconducteur/métal normal/supraconducteur

---

*A basse tension,  $eV \ll \Delta \ll E_{Th}$ , le bruit dans des jonctions SNS diffuses, très courtes est proportionnel à la charge effective  $q_{eff} = (2\Delta/eV)e$ , et donc inversement proportionnel à la tension de polarisation.*

A forte tension,  $E_{Th} \gg eV \gg \Delta$ , la densité spectrale du bruit peut être décomposée en deux termes, le bruit de la jonction dans l'état normal  $2/3G_NV$  et un bruit lié au courant d'excès (équation (1.69)) :

$$S_{exc} = 2\Delta G_N \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 \right) = 2eI_{exc}. \quad (1.74)$$

Le fait que le bruit et le courant d'excès sont liés par une relation de type bruit de Schottky est une curieuse coïncidence numérique.

**Études expérimentales.** La divergence de la charge effective à faible tension a été mise en évidence en premier par Dieleman et al. dans des jonctions SIS composées de NbN/MgO/NbN [42]. La barrière fine en MgO présente des trous qui s'assimilent à des contacts ponctuels de forte transparence  $T \approx 0,17$ . Une comparaison quantitative avec les résultats théoriques présentés plus haut est difficile à cause de l'incertitude sur la structure exacte du contact. Néanmoins, un simple modèle semi-classique, supposant une transmission parfaite pour les trous, a permis aux auteurs d'expliquer le comportement observé (voir figure 1.23).

Des mesures de bruit dans des contacts ponctuels atomiques supraconducteurs, récemment effectuées par Cron et al., ont pu confirmer le rôle crucial des processus MAR dans le transport à l'échelle atomique [32]. Les contacts atomiques ont l'avantage de contenir seulement très peu de canaux de conduction (2 à 4), ce qui permet une comparaison quantitative avec les calculs [33, 103]. Dans la figure 1.24, on voit clairement l'augmentation du bruit dans l'état supraconducteur par rapport à l'état normal, et ainsi l'accord excellent entre les données expérimentales et la prédiction théorique.

### Bruit dans le régime incohérent

Négligeant l'effet de proximité près des interfaces SN, on peut déduire le bruit pour le transport incohérent avec un modèle semi-classique [21, 99]. Nous avons vu dans la section 1.2 que la forme de la fonction de distribution détermine l'amplitude du bruit : seulement les états avec  $f \neq 0$  ou 1 contribuent aux fluctuations.

Considérons d'abord la situation sans interactions inélastiques. Pour une jonction NNN, la fonction de distribution  $f$  a la forme d'une double marche avec un plateau de largeur  $eV$  (figure 1.3). Lorsqu'un réservoir est remplacé



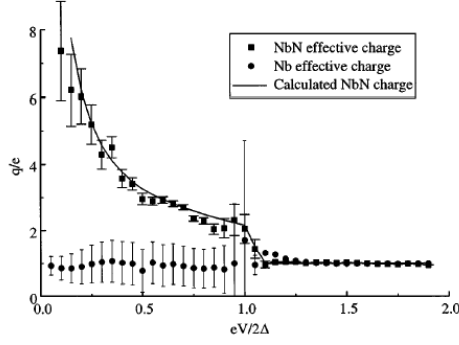


FIG. 1.23 – Divergence de la charge effective à basse tension dans une jonction tunnel NbN/MgO/NbN avec des trous dans la barrière [42]. Le trait continu est un ajustement théorique en utilisant un modèle semi-classique qui vérifie  $q(V) \sim 1/V$  pour  $eV < 2\Delta$ . Pour des tensions  $eV > 2\Delta$ , la charge transmise est  $e$ . En comparaison, la charge pour une jonction  $Nb/AlO_x/Nb$  qui ne présente pas de trous dans la barrière.

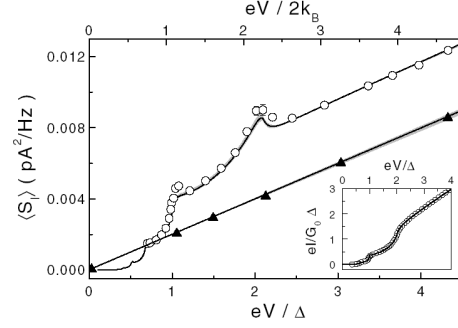


FIG. 1.24 – Bruit en courant dans un contact ponctuel atomique avec trois canaux de conduction  $T_i = \{0.40, 0.27, 0.03\}$  en fonction de la tension appliquée [32]. Les triangles représentent la mesure dans l'état normal et les cercles dans l'état supraconducteur. Les traits continus sont les prédictions théoriques. L'insert présente la caractéristique  $I(V)$  dans l'état supraconducteur qui permet d'extraire les transmissions des canaux [128].

par un supraconducteur (jonction SNN), la forme est la même, mais la largeur, et donc le bruit, doublent (figure 1.16). Dans les jonctions SNS, le processus de MAR conduit à une fonction de distribution avec plusieurs marches qui est étalée sur un intervalle  $(2\Delta + eV)$  (cf. figure 1.25).

La forme de la fonction de distribution a été étudiée expérimentalement par Pierre et al. dans des jonctions Al/Ag/Al d'une longueur d'environ  $5 \mu m$  [111]. Ils ont déposé une jonction tunnel supraconducteur sur la partie normale de l'échantillon et mesuré sa conductance différentielle  $dI/dV$ . En supposant la densité d'états dans le fil normal constante<sup>37</sup>,  $dI/dV$  est donnée par la convolution de la dérivée de la densité d'états du supraconducteur et de la fonction de distribution dans le fil. La figure 1.26 montre le résultat pour une fonction de distribution après déconvolution.

<sup>37</sup>cette supposition n'est plus valable aux basses tensions pour lesquelles l'effet de proximité modifie la densité d'états, ce qui limite la gamme de tension dans l'expérience à  $eV \gtrsim \Delta$

## 1.5. Jonctions supraconducteur/métal normal/supraconducteur

En vue de l'élargissement de l'intervalle d'énergie pour lequel  $f \neq 0$  ou  $1$

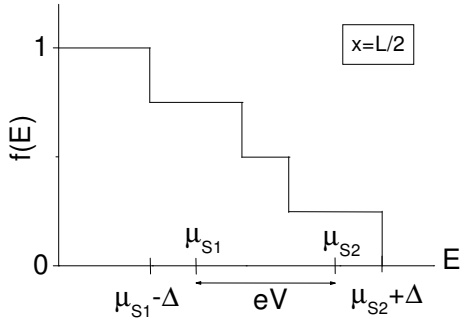


FIG. 1.25 – Fonction de distribution au milieu d'une jonction SNS pour une tension de polarisation  $eV = 3\Delta$  et  $T = 0 K$ . Les états avec  $f \neq 0$  ou  $1$  s'étalent sur un intervalle d'énergie  $2\Delta + eV$ .

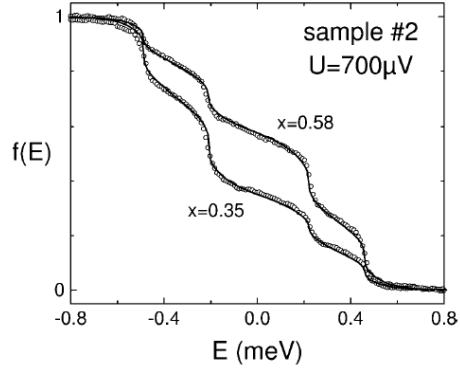


FIG. 1.26 – Fonction de distribution à deux endroits dans un fil de Al/Ag/Al [111]. Les traits continus sont les ajustements théoriques avec l'équation de Boltzmann en tenant compte de l'intégrale de collision électron-électron.  $U = 700 \mu V$  correspond à  $eV \approx 3,05\Delta$ .

par rapport aux jonctions NNN et SNN, on s'attend à une augmentation du bruit dans le cas SNS incohérent. Quantitativement, le calcul semi-classique donne une expression simple seulement dans la limite de fréquence nulle et  $T = 0 K$  [21, 99] :

$$S_I = \frac{2}{3R}(eV + 2\Delta) = \frac{2}{3}\left(\frac{2\Delta}{eV} + 1\right)eI = \frac{2}{3}eI + \frac{4\Delta}{3R}. \quad (1.75)$$

Une image intuitive pour interpréter la formule (1.75) est la suivante : le bruit d'une jonction SNS incohérente et diffusive correspond au bruit d'un métal normal  $2/3eI$  multiplié par la charge  $(2\Delta/eV + 1)$  transférée. En effet, une quasiparticule qui entre dans la partie normale à l'énergie  $\epsilon \approx -\Delta$  induit une avalanche de  $N = 2\Delta/eV$  réflexions d'Andreev, liée à  $(N + 1)$  passages dans la partie normale. Comparé au cas NNN, pour une tension de polarisation  $V$  donnée,  $N$  quasiparticules de plus génèrent du bruit par leur diffusion dans le métal. Cependant, ici il n'est pas adapté de parler de charges multiples d'unité  $(N + 1)e$  car les quasiparticules n'interfèrent pas afin d'établir un état cohérent.

Une autre façon de voir l'équation (1.75) consiste à décomposer la densité

spectrale de bruit en deux termes. Le premier représente le bruit dans un métal normal  $2/3eI$  et le deuxième un bruit d'excès  $4\Delta/3R$ . En absence de toute interaction inélastique, on observerait ce bruit d'excès à  $I = 0$ . Mais c'est un cas hypothétique. En réalité, les processus de MAR avec un grand nombre de réflexions d'Andreev seront toujours interrompus par des chocs inélastiques.

Quand est-ce que les interactions deviennent importantes ?

C'est le cas lorsque la longueur effective parcourue par une quasiparticule lors des MAR incohérentes,  $L_{eff} = (N + 1)L$ , devient du même ordre de grandeur que la longueur d'interaction inélastique  $L_{in}$ . Puisque  $N \sim 1/V$ , on s'attend à ce que les chocs inélastiques influencent le bruit surtout à faible tension.

L'effet des chocs électron-électron sur la fonction de distribution est montré dans la figure 1.26 : un arrondissement des marches. Si les interactions sont très fortes, les marches disparaissent complètement et une fonction de Fermi avec une température effective est restaurée. En supposant une température des réservoirs nulle, le bruit dans ce régime, appelé régime "électrons chauds", s'écrit [21] :

$$S_I = \frac{4k_B T_e}{R} \left[ 1 - 2 \exp\left(-\frac{\Delta}{k_B T_e}\right) \right]. \quad (1.76)$$

La densité spectrale de bruit est proportionnelle à la température électronique, avec une coupure exponentielle quand  $k_B T_e$  devient de l'ordre du gap. Le confinement des électrons aux énergies  $|\epsilon| < \Delta$  dans la partie normale d'une jonction SNS est à l'origine d'une température électronique  $T_e$  beaucoup plus élevée que dans le cas NNN pour la même tension appliquée. Dans la limite de faible tension,  $eV \ll \Delta$ , cette température  $T_e$  est donnée implicitement par [21] :

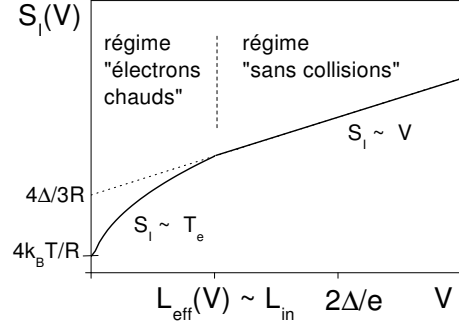
$$(eV)^2 W_e \exp\left(\frac{\Delta}{k_B T_e}\right) = k_B T_e \Delta \left(1 + \frac{k_B T_e}{\Delta}\right). \quad (1.77)$$

où  $W_e = \tau_{elec}(\Delta)/\tau_D$  avec  $\tau_{elec}(\Delta)$  le temps d'interaction électron-électron à l'énergie du gap. L'équation (1.77) ne tient compte que de l'interaction électron-électron. A très faible tension, lorsque la longueur effective  $L_{eff}$  diverge, le couplage électron-phonon peut devenir important même à très basse température. Cette interaction refroidit le gaz d'électron et diminue donc  $T_e$ , comme dans le cas NNN.

Le comportement du bruit dans le régime incohérent est résumé dans la figure 1.27 pour une jonction de longueur  $L > L_\phi$ . On peut alors distinguer deux régimes pour la densité spectrale de bruit. A forte tension, le bruit augmente de façon linéaire, comme décrit par l'équation (1.75). Ce régime

## 1.5. Jonctions supraconducteur/métal normal/supraconducteur

FIG. 1.27 – Schéma du comportement du bruit attendu dans une jonction SNS incohérente en fonction de la tension. A forte tension, la densité spectrale augmente de façon linéaire alors que les interactions inélastiques sont responsables de la diminution du bruit à faible tension.



est appelé “sans collisions” à cause de l’absence d’interactions inélastiques. En baissant la tension,  $L_{eff}$  augmente et le bruit rentre dans le régime “électrons chauds”, décrit par l’équation (1.76), quand elle devient de l’ordre de  $L_{in}$ . A  $V = 0$ , la température électronique rejoint la température d’équilibre et on observe le bruit Johnson-Nyquist, comme le demande le théorème fluctuation-dissipation.

**Études expérimentales.** Hoss et al. ont étudié le bruit dans des échantillons SNS diffusifs [64]. Dans des jonctions Nb/Au/Nb d’une longueur de  $2\mu m$ , le régime “électrons chauds” s’étale sur toute la gamme de tensions étudiée, car le gap du Nb ( $1,3 meV$ ), et donc la longueur effective, sont très élevés. En revanche, dans des jonctions Al/Cu/Al, deux fois plus courtes et avec un gap sept fois moins important, le bruit augmente de façon linéaire dans le régime  $eV > E_{Th} \approx 5\mu eV$  [138]. Cependant, la pente semble compatible avec l’équation (1.75) seulement à des tensions  $eV > \Delta$ , cf. la figure 1.28. Le comportement à faible tension, dans le régime cohérent, est moins évident à expliquer. Les données expérimentales à  $T = 500 mK$  montrent une large dispersion pour  $eV < E_{Th}$ , cf. figure 1.29. Elles semblent néanmoins confirmer une divergence de la charge effective  $q^* = S_I/2I$  à peu près proportionnelle à  $1/V$ . A plus basse températures, un large pic se développe dans le bruit autour de  $V = 3\mu V$  (ces données ne sont pas montrées ici). Son origine n’est pas claire, mais deux explications possibles sont invoquées, toutes deux liées au fait que la tension est très faible, c’est-à-dire que la jonction est proche de la transition vers l’état sans dissipation : a.) des fluctuations du supercourant dues à des fluctuations thermiques de l’amplitude de paires au milieu de la jonction ; b.) à cause de la caractéristique  $V(I)$  très non-linéaire, la jonction agit comme un mélangeur qui ramène le bruit quantique haute fréquence dans la gamme des fréquences de mesure.

Roche et al. ont étudié des jonctions supraconducteur (Nb) / semi-conducteur (InAlAs/InGaAs) / supraconducteur (Nb), d’une longueur d’en-

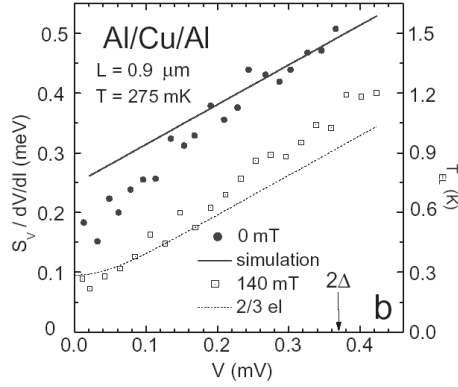


FIG. 1.28 – Bruit en tension divisé par la résistance différentielle pour une série de 16 jonctions Al/Cu/Al, d’après Strunk et Schönenberger [138]. On observe une augmentation nette du bruit dans l’état supraconducteur (cercles) par rapport à l’état normal (carrés). Le trait continu est la prédiction selon l’équation (1.75).

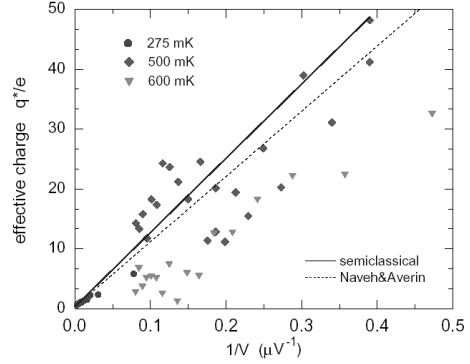


FIG. 1.29 – Charge effective  $q^*/e = S_I/2eI$  en fonction de  $1/V$  pour le même échantillon qu’à gauche [138]. Malgré une grande dispersion dans les points expérimentaux, on voit que  $q^*$  diverge à basse tension. Les droites sont les prédictions théoriques dans le régime cohérent (équation (1.72), pointillée) et incohérent (équation (1.75), continue).

viron  $2\mu m$  [122]. Ils observent une caractéristique  $S_I(V)$  non-linéaire déterminée par un fort couplage électron-phonon. Le régime “sans collisions” n’a pas été observé.

Enfin, des mesures sur des jonctions Nb/Al/Nb à des températures relativement élevées ( $T \geq 2,5 K$ ; Al dans l’état normal) ont été effectuées dans notre laboratoire [69]. A l’époque, on a assimilé la jonction à deux jonctions SN en série et cherché à mettre en évidence le doublement du bruit. En effet, une augmentation du bruit a été observée, qui ne correspondait cependant pas à un doublement. A ce jour, nous pouvons expliquer cette augmentation par l’élévation de la température des électrons confinés entre les réservoirs supraconducteurs.

# Chapitre 2

## Dispositif expérimental

### 2.1 Introduction

En pratique, il est indispensable que le bruit propre du dispositif expérimental soit inférieur au bruit Johnson-Nyquist de l'échantillon. Or, le bruit Johnson-Nyquist est inversement proportionnel à la résistance quand on l'exprime en fluctuations de courant (cf. l'équation (1.5)), alors qu'il est directement proportionnel à la résistance quand on l'exprime en fluctuation de tension :  $S_V = 4k_B T R$ . Pour cette raison, le choix de la technique pour mesurer le bruit d'un échantillon mésoscopique dépend de sa résistance.

Les meilleures performances que l'on obtient pour une mesure de bruit en tension sont de l'ordre de  $(100 \text{ pV})^2 / \text{Hz}$  - la technique éprouvée consiste à utiliser deux amplificateurs de tension et de calculer les corrélations croisées pour éliminer les bruits propres aux amplificateurs [53]. Pour les mesures de bruit en courant, il est possible de diminuer le bruit intrinsèque du dispositif expérimental jusqu'à un niveau de l'ordre de  $(2 \text{ pA})^2 / \text{Hz}$  [136]. A partir de ces valeurs, on peut calculer les résistances équivalentes à basse température. Par exemple, à  $100 \text{ mK}$ , on obtient :  $R_V = S_V / 4k_B T \approx 2000 \Omega$  et  $R_I = 4k_B T / S_I \approx 1,5 \Omega$ . Ainsi pour les échantillons de forte impédance, il est plus adapté de faire des mesures de bruit en tension, tandis que pour ceux de faible résistance, les mesures de bruit en courant sont plus indiquées. Puisque nous nous intéressons aux échantillons diffusifs de faible impédance (typiquement  $1 \Omega$ ), notre choix se fait naturellement en faveur d'une mesure de bruit en courant et nous allons voir que l'utilisation d'un SQUID<sup>1</sup> est particulièrement bien adaptée.

Par ailleurs, nous avons vu au chapitre 1, qu'il est nécessaire de faire passer un courant continu dans un échantillon mésoscopique, pour générer du bruit

---

<sup>1</sup>Superconducting QUantum Interference Device

de grenaille. Comme nous voulons étudier des systèmes mettant en jeu un ou plusieurs supraconducteurs, la tension qu'on va vouloir appliquer à l'échantillon sera de l'ordre du gap supraconducteur. Si on considère l'aluminium, le gap est d'environ  $200\ \mu V$ , ce qui correspond à  $200\ \mu A$  dans un échantillon de  $1\ \Omega$ .

Le cahier de charge peut donc se résumer à :

- bruit intrinsèque du dispositif expérimental de l'ordre de quelques  $pA/\sqrt{Hz}$
- température de base inférieure à  $100\ mK$
- possibilité de faire passer des courants dans l'échantillon jusqu'à quelques centaines de  $\mu A$

Un dispositif expérimental basé sur le principe de la mesure à SQUID existait déjà au laboratoire avant le début de cette thèse, mais seulement jusqu'à une température de base de  $1,3\ K$  [70, 68]. Le travail expérimental présenté dans ce chapitre, correspond au développement et à la mise au point d'un système de mesure analogue mais dans un cryostat à dilution.

## 2.2 Réfrigérateur à dilution

Pour atteindre des températures de l'ordre de  $30\ mK$ , nous utilisons un réfrigérateur à dilution  $^3He$  -  $^4He$  qui s'insère dans un cryostat à  $^4He$  liquide. Au début de cette thèse, le réfrigérateur à dilution a été conçu et réalisé dans notre laboratoire. Nous avons ensuite équipé l'insert à dilution de façon à réaliser des mesures de conductance et de bruit.

La partie basse de l'insert est montrée dans la photographie 2.1. Sur la bride à  $4,2\ K$  est vissé le calorimètre. Un écran en cuivre peut être vissé sur le bouilleur pour absorber le rayonnement  $4\ K$ . Le temps pour un refroidissement de  $4,2\ K$  à  $30\ mK$  est d'environ 3 heures et la dilution a une puissance calorifique de  $11\ \mu W$  à  $100\ mK$ . La température minimale est  $26\ mK$ .

Pour la régulation en température et la thermométrie, nous utilisons le régulateur de température TRMC2 (ABB Barras - Provence S.A.). Trois résistances de carbone (Allen Bradley 100, Allen Bradley 10, Speer) permettent de mesurer la température de la boîte à  $^4He$  pompée, du bouilleur et de la boîte de mélange.

Le calorimètre est blindé par un écran de plomb qui devient supraconducteur à une température de  $7,2\ K$ . Nous avons également conçu une bobine de champ magnétique en fil supraconducteur ( $\varnothing 0,4\ mm$ ) qui se positionne sur la partie basse du calorimètre en remplacement de l'écran de plomb. Elle peut fournir un champ de  $390\ Gauss/A$  jusqu'à une valeur maximale de  $2\ kGauss$ .

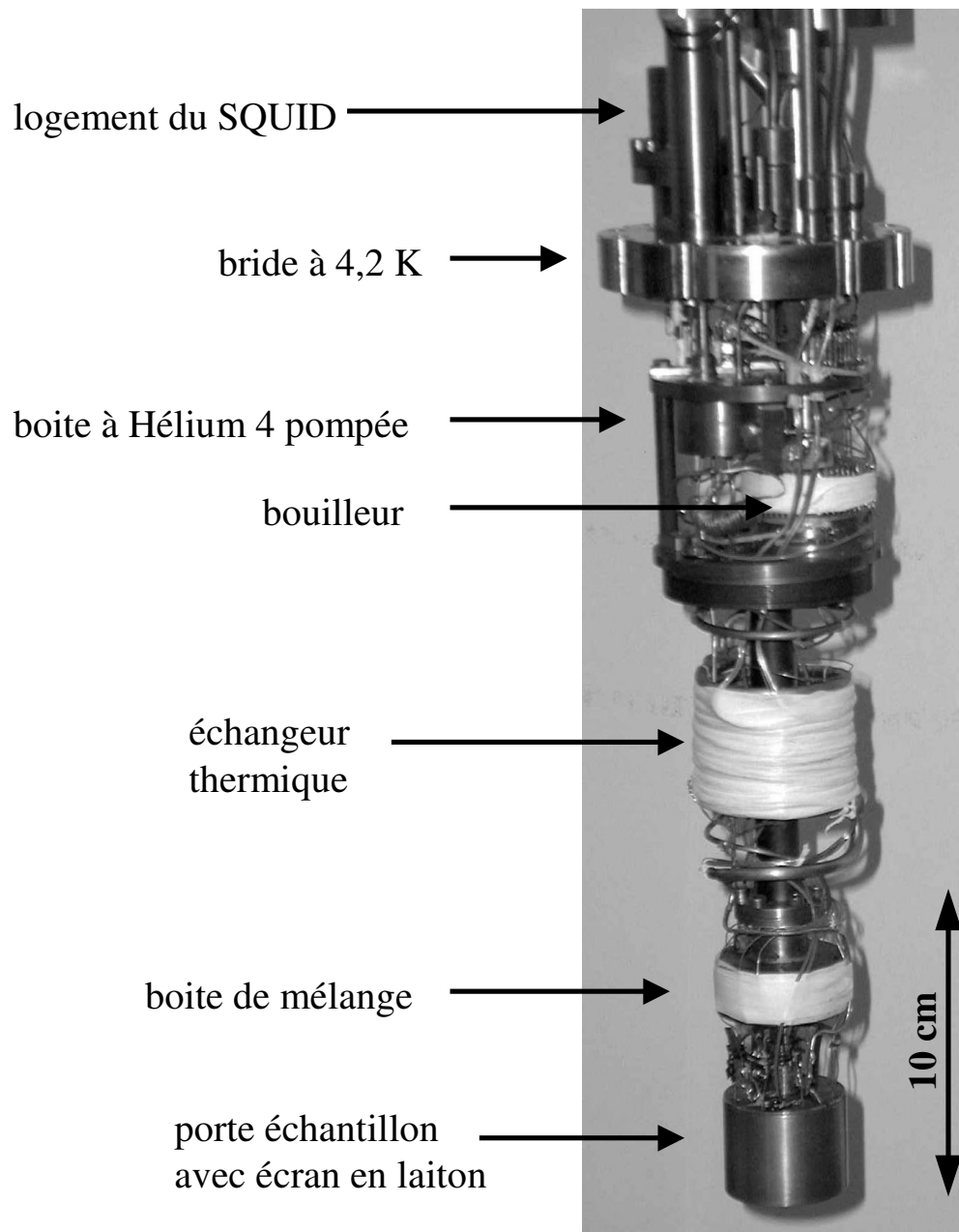


FIG. 2.1 – Photographie de la partie basse de l'insert à dilution.



## 2.3 Principe de mesure

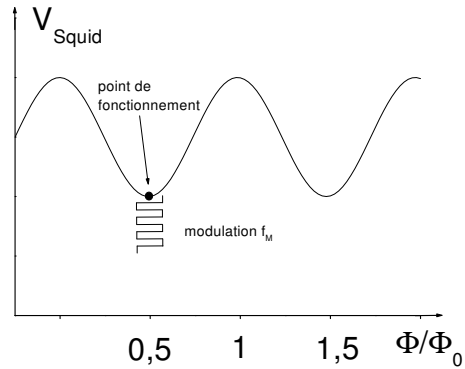
### 2.3.1 Picoampèremètre à SQUID

Comment mesure-t-on le bruit avec un SQUID ?

Le SQUID continu que nous utilisons est un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions Josephson tunnel. On polarise le SQUID avec un courant continu qui est un peu plus grand que le courant critique des jonctions, de façon à atteindre un point de travail sur la caractéristique courant-tension avec une très grande résistance différentielle. La tension aux bornes du SQUID dépend alors très sensiblement du courant dans l'anneau, notamment du courant d'écrantage qui s'ajoute au courant de polarisation quand un flux magnétique est appliqué. En effet, dans un anneau supraconducteur, le flux magnétique est quantifié en unité du quantum de flux  $\Phi_0 = h/2e \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$ . Quand le flux extérieur appliqué ne correspond pas à  $n\Phi_0$ , avec  $n$  entier, un courant d'écrantage est amorcé dans l'anneau qui circule en plus du courant de polarisation. Le point de travail et, par conséquent, la tension aux bornes du SQUID changent alors périodiquement avec le flux extérieur. Une caractéristique tension-flux typique est représentée dans la figure 2.2.

Pour mesurer un courant, il suffit de coupler inductivement une bobine, dite

FIG. 2.2 – Caractéristique tension-flux magnétique du SQUID. La rétroaction assure que le SQUID reste “bloqué” à un point de fonctionnement qui vérifie la condition  $\Phi = n\Phi_0/2$ , avec  $n$  entier.



“bobine d’entrée”, à l’anneau, de façon à ce qu’un changement de courant dans la bobine induise un changement de flux dans l’anneau. En pratique, on choisit généralement d’asservir le flux magnétique dans le SQUID par un système de rétroaction dont le schéma de principe est présenté dans la figure 2.3. Ce système de mesure permet de s’affranchir de la forme précise de la caractéristique tension - flux magnétique du SQUID et notamment de l’amplitude de modulation (ou gain propre du SQUID) car le gain de la chaîne de mesure sera fixé par l’asservissement.

Le système d'asservissement fonctionne de la manière suivante : un courant

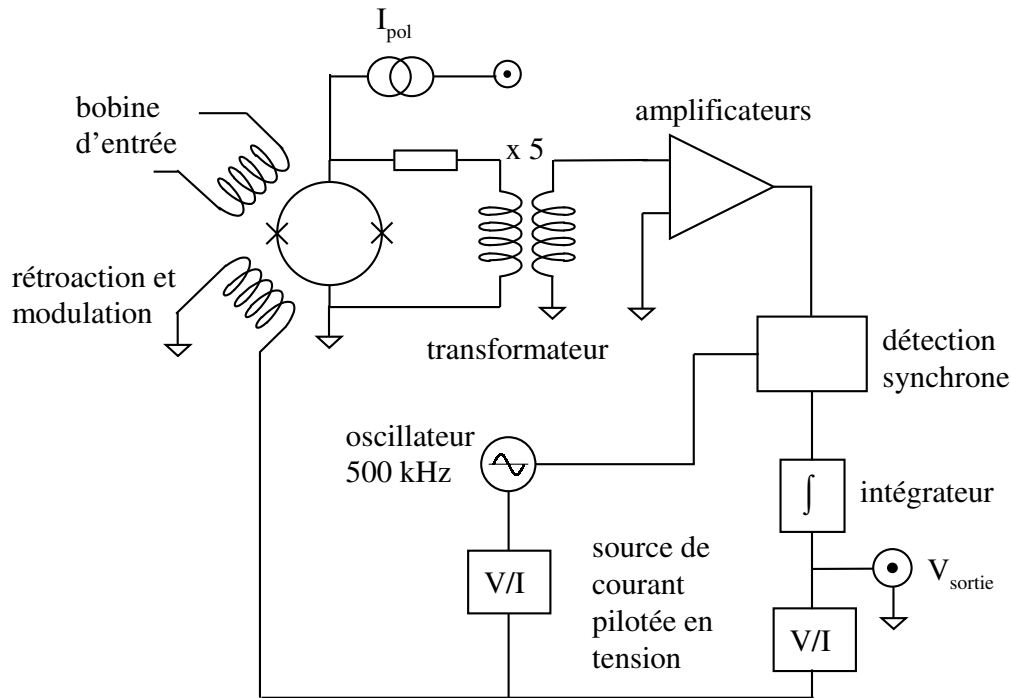


FIG. 2.3 – Schéma de principe de la boucle de rétroaction du dispositif à SQUID.

de modulation à la fréquence  $f_M = 500 \text{ kHz}$  est appliqué à une bobine dédiée, dite bobine de modulation et rétroaction, située sur la puce du SQUID. Le signal résultant à la sortie du SQUID est amplifié :

- 5 fois par un transformateur qui se trouve dans le même boîtier que le SQUID
- 1000 fois par un pré-amplificateur en tête du cryostat
- 10 à 100 fois par un amplificateur sélectif dont la bande passante est centrée autour de  $f_M$

Ce signal est ensuite appliqué à l'entrée d'une détection synchrone à la fréquence de modulation. En sortie de celle-ci, on retrouve une tension qui dépend du courant dans la bobine d'entrée. Elle est nulle quand  $\Phi = n\Phi_0/2$  et maximale quand  $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0/2$ .

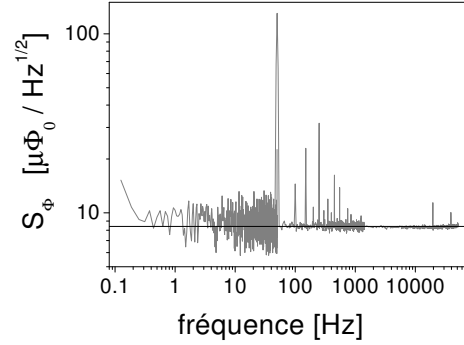
On réalise une boucle de rétroaction en maintenant la sortie de la détection synchrone à zéro à l'aide d'un intégrateur et en réinjectant dans la bobine de modulation un courant proportionnel à la sortie de l'intégrateur. De

cette façon, on verrouille le fonctionnement du SQUID en un point tel que  $\Phi = n\Phi_0/2$ . Tout courant dans la bobine d'entrée du SQUID sera ainsi compensé par un courant dans la bobine de modulation créant un flux opposé. On obtient donc en sortie de l'intégrateur une tension  $V_{\text{sortie}}$  proportionnelle au courant d'entrée et on s'affranchit du caractère périodique de la caractéristique  $V(\Phi)$  du SQUID. Ce mode de fonctionnement s'appelle en anglais Flux Locked Loop (FLL).

L'électronique du SQUID qui assure la modulation et la rétroaction a été développée au sein de notre laboratoire. Sans rentrer dans les détails de sa réalisation, nous donnons ici quelques caractéristiques importantes.

D'après le constructeur (Quantum Design), le SQUID a un bruit blanc de  $2,7\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$  et une composante en  $1/f$  qui dépasse ce bruit blanc pour  $f \leq 0,5 Hz$ . Le bruit blanc de l'ensemble SQUID plus électronique, mesuré à  $4,2 K$  en ne connectant rien à la bobine d'entrée, est de  $8,4\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$ , cf. la figure 2.4. L'électronique rajoute donc un bruit équivalent à  $5,7\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$

FIG. 2.4 – Mesure du bruit intrinsèque de l'ensemble SQUID (à  $4,2 K$ ) plus électronique en ne connectant rien à la bobine d'entrée du SQUID. Le niveau de bruit est de  $8,4\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$ .



par rapport au SQUID seul et constitue actuellement le facteur limitant pour le bruit du dispositif. En améliorant cette valeur, nous pourrions encore diminuer le bruit du dispositif d'un facteur 2.

Le facteur de couplage entre la bobine d'entrée et le SQUID vaut  $192 nA/\Phi_0$ . Puisque le gain de l'électronique est réglé à  $1 V/\Phi_0$ , le facteur de conversion entre le courant dans la bobine d'entrée et la tension mesurée par l'analyseur de spectre vaut alors<sup>2</sup>  $G = 192 nA/V$ . Les performances du dispositif pour une mesure de bruit seront détaillées dans la section 2.4.

### 2.3.2 Pont de résistances

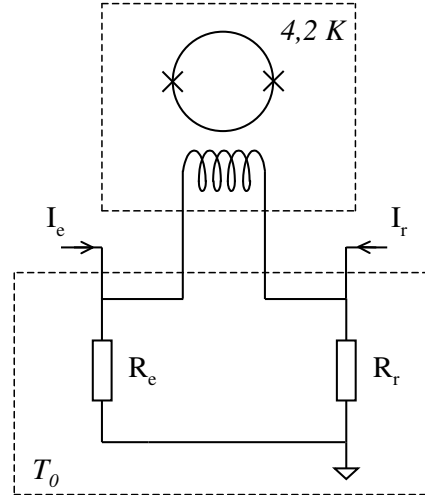
L'objectif consiste à mesurer le bruit en courant d'un échantillon avec le SQUID tout en ayant la possibilité de le polariser avec un courant ou une

<sup>2</sup>par la suite,  $G$  est appelée gain global

tension dc. La réalisation la plus simple est un pont de résistance avec deux éléments, l'échantillon et une résistance de référence (par la suite juste appelée référence), connecté à la bobine d'entrée du SQUID, voir figure 2.5.

Ce pont peut fonctionner équilibré en injectant des courants de polarisation

FIG. 2.5 – Pont de résistance à basse température, connecté à la bobine d'entrée du SQUID. Le SQUID est couplé à la bride de  $4,2\text{ K}$  alors que l'échantillon  $R_e$  et la résistance de référence  $R_r$  sont couplés à la boîte de mélange.



des deux côtés de façon que  $R_e I_e = R_r I_r$ . Connaissant précisément la résistance de la référence  $R_r$  et le courant injecté  $I_r$ , nous pouvons alors facilement calculer la tension aux bornes de l'échantillon  $V_e$ . Puisque aucun courant ne circule dans la boucle d'entrée, on réalise ainsi un voltmètre idéal avec une impédance d'entrée infinie.

Puisque la caractéristique tension - flux magnétique d'un SQUID est périodique en flux, la susceptibilité du SQUID n'est pas dégradée même si un courant dc, correspondant à un grand nombre de  $\Phi_0$ , circule dans la bobine d'entrée. Ceci est valable tant que ce courant est plus petit que le courant critique du matériau supraconducteur qui constitue la bobine d'entrée ( $\simeq 20\text{ mA}$ ) et tant que le flux magnétique total ne perturbe pas les performances de la boucle du SQUID (présence de vortex, variation du courant critique des jonctions Josephson,...). Nous avons donc pu utiliser le pont de résistances également comme diviseur de courant, en injectant le courant seulement d'un côté. Sous condition  $R_r \ll R_e$ , on réalise alors une source de tension.

La référence est réalisée par un fil de manganin ( $\varnothing 0,2\text{ mm}$ ) de résistance  $0,123\ \Omega$  à basse température. Ce fil est soudé sur un relais capton qui est directement collé sur le porte échantillon. D'un côté, la résistance est reliée par un fil de cuivre au porte échantillon, ce qui assure la thermalisation et constitue en même temps une connexion à la masse électrique. Nous avons

donc fait le choix d'attacher la référence à la température de base pour que la contribution de son bruit thermique au bruit total mesuré soit la plus petite possible. L'inconvénient est une plus faible puissance calorifique par rapport à un attachement au bouilleur ou à  $4\text{ K}$ .

Le SQUID est monté à l'intérieur du calorimètre au niveau de la bride à  $4,2\text{ K}$ . Outre une température stable et une puissance calorifique importante, ce choix permet d'appliquer un champ magnétique au niveau de l'échantillon sans perturber le fonctionnement du SQUID.

Les liaisons électriques entre la bobine d'entrée du SQUID, la référence et l'échantillon sont réalisées par des fils supraconducteurs en niobium-titane. Pour les protéger contre un rayonnement haute fréquence, ils passent à l'intérieur d'un tube de CuNi étamé. Tout ces contacts sont alors supraconducteurs et n'apportent pas de résistances supplémentaires. Seule la connexion entre l'échantillon et le reste du dispositif s'effectue par des fils résistifs en or<sup>3</sup> ( $\varnothing 38\text{ }\mu\text{m}$ ) qui sont fixés par soudure ultrasons sur les plots de contact de l'échantillon (voir la photographie 2.6). Ces fils rajoutent une résistance d'une dizaine de milliohms à la résistance de l'échantillon et dominent toutes les résistances de contact proprement dites.

Mesurer le bruit en courant d'échantillons de faible impédance à basses températures est difficile, car il faut réaliser un bon découplage thermique par rapport aux parties à  $300\text{ K}$  et filtrer les bruits haute fréquence. Nous avons donc pris beaucoup de précautions concernant les descentes de fils pour le courant de polarisation.

Côté échantillon, nous avons opté pour des Thermocoax<sup>©</sup> Philips ( $\varnothing 0,5\text{ mm}$  diamètre extérieur). Leur manipulation n'est pas aisée, car l'isolant MgO est hydrophile, mais leur faible conduction thermique permet une connexion directe entre  $300\text{ K}$  et  $30\text{ mK}$ . Au total, nous avons monté 8 câbles thermocoaxiaux ce qui permet, outre la polarisation en courant d'un échantillon pour des mesures de bruit, la mesure de la conductance en "4 fils" de deux échantillons lors du même refroidissement. Les thermocoax se comportent comme d'excellents filtres dans le domaine de fréquence des micro-ondes. L'atténuation vaut par exemple  $400\text{ dB}$  à  $20\text{ GHz}$  (pour une longueur d'environ  $2\text{ m}$  du câble). Pour améliorer le filtrage dans le domaine de fréquence autour de  $1\text{ MHz}$ , nous avons rajouté en série des filtres pi (Instec 653 - 103C) avec une atténuation de  $8\text{ dB}$  à  $1\text{ MHz}$  et  $63\text{ dB}$  à  $100\text{ MHz}$ . Ces filtres se trouvent dans des boîtes étanches en laiton en haut de la canne de mesure ( $300\text{ K}$ ).

Côté référence, les fils pour le courant de polarisation qui descendent, sont en cuivre et interrompus pour la thermalisation au niveau de la boîte à hélium

---

<sup>3</sup>dans quelques rares cas, nous avons utilisé des fils d'aluminium ( $\varnothing 25\text{ }\mu\text{m}$ ) qui étaient cependant plus difficiles à manipuler

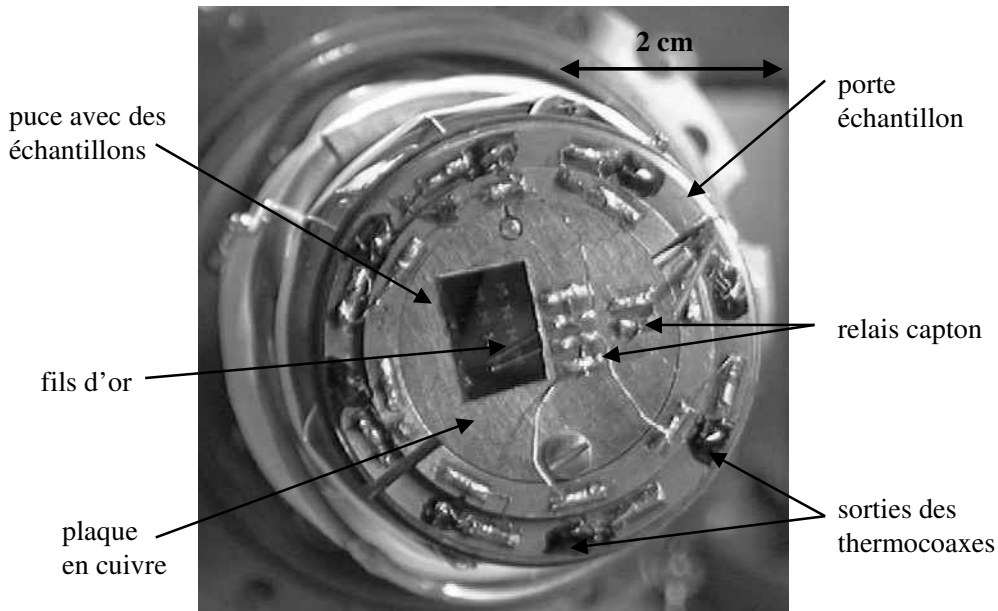


FIG. 2.6 – Photographie du porte échantillon, vissé sur la boîte de mélange au bout de l'insert à dilution.

4 pompée et au niveau du bouilleur. Ils sont filtrés en tête du cryostat par de connecteurs Sub-D (120 pF).

### 2.3.3 La chaîne de mesure

#### Mesure de conductance

Avant de mesurer le bruit en courant d'un échantillon, il faut le caractériser au niveau de la conductance. Pour obtenir des caractéristiques courant - tension et la résistance différentielle, notre dispositif nous permet le choix entre deux configurations :

- a.) utiliser le pont de résistance comme diviseur de courant et le SQUID comme détecteur sensible pour mesurer la résistance différentielle
- b.) une mesure en 4 fils avec polarisation en courant à l'aide de 4 thermocoaxes en déconnectant la bobine du SQUID de l'échantillon.

a.) Côté référence, on injecte le courant de polarisation  $I_{tot}$  superposé d'une petite excitation  $\delta I_{tot}$ , un courant ac de basse fréquence (typiquement 173 Hz), cf. figure 2.7. La tension de aux bornes de l'échantillon,  $V_e$ , est mesurée avec un voltmètre, alors que le SQUID sert à la détection de la réponse ac. La

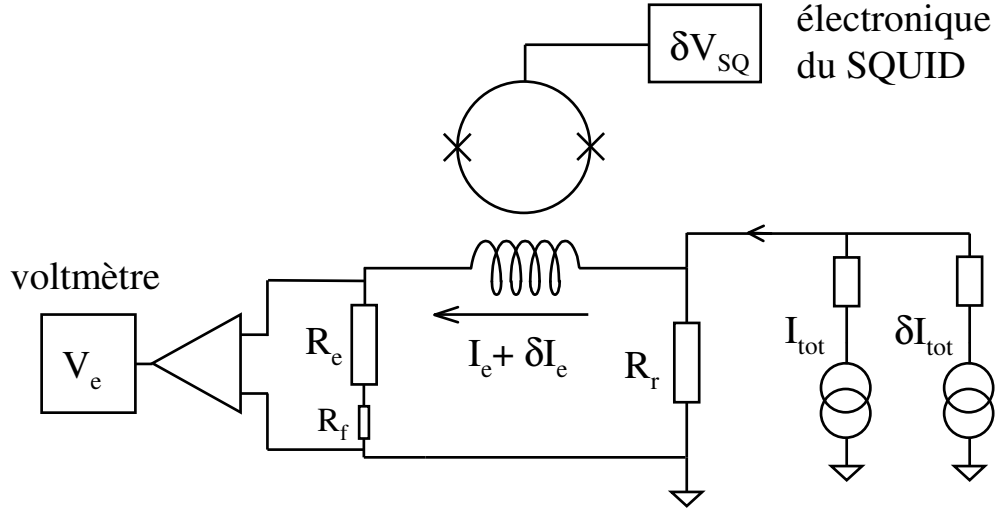


FIG. 2.7 – Configuration pour déterminer la conductance d'un échantillon en utilisant le SQUID comme détecteur sensible pour mesurer la résistance différentielle (correspond au point a.) dans le texte).  $R_f$  représente la résistance des fils d'or (une dizaine de milliohm) qui connectent l'échantillon au reste du circuit.

tension  $\delta V_{SQ}$  à sa sortie est proportionnelle au courant ac dans la boucle d'entrée du SQUID qui est égal au courant  $\delta I_e$  dans l'échantillon. On obtient alors la résistance différentielle de l'échantillon par :

$$R_{de} = R_r \frac{\delta I_{tot} - \delta I_e}{\delta I_e} - R_f, \quad (2.1)$$

où  $R_f$  représente la résistance des fils d'or qui connectent l'échantillon au reste du dispositif. Étant donné que la tension  $V_e$  aux bornes de l'échantillon est égale à la tension aux bornes de la référence  $V_r$ , le courant dc dans l'échantillon est simplement donné par :

$$I_e = I_{tot} - \frac{V_e}{R_r}. \quad (2.2)$$

Nous utilisons des sources de courant faible bruit pilotées en tension qui sont développées dans le laboratoire. Pour la polarisation, nous avons besoin de courants dc de quelques milliampères<sup>4</sup>, mais seulement de très faibles excitations AC (entre 10 et 100 nA) à cause de la grande sensibilité du SQUID.

<sup>4</sup>Le courant de quelques centaines de  $\mu A$ , nécessaire pour générer le bruit de grenaille dans un échantillon avec  $R_e \approx 1 \Omega$ , demande un courant total de quelques mA, car  $R_e/R_r \approx 10$ .

La détermination de la résistance différentielle d'échantillons de faible impédance avec un courant d'excitation aussi faible permet une résolution unique et la mesure très précise de transitions supraconductrices en fonction de la température. Un autre avantage de cette configuration est la possibilité de polariser l'échantillon en tension. La condition nécessaire est  $R_e \gg R_r$ .

b.) Pour effectuer une mesure en 4 fils avec une polarisation en courant, il faut déconnecter la bobine d'entrée du SQUID de l'échantillon. Cela peut être réalisé en faisant transiter la bobine d'entrée dans l'état normal. En effet, la bobine présente une résistance normale de  $21\text{ k}\Omega$  ce qui assure que le courant dévié est très faible ( $R_{bobine} \gg R_e$ ). Pour faire transiter la bobine, on utilise une résistance de chauffage qui se trouve très près de la bobine sur la puce du SQUID. Cette méthode est bien pratique car elle permet de connecter et déconnecter le SQUID sans réchauffer la dilution.

Dans cette configuration, les courants ac et dc sont appliqués par les câbles thermocoaxiaux connectés côté échantillon.

### Mesure de bruit

Pour mesurer le bruit, on connecte la sortie de l'électronique du SQUID à un analyseur de spectre (Stanford Research 785). Les fluctuations en tension analysées sont l'image des fluctuations en courant dans la bobine d'entrée du SQUID et sont reliées à ces dernières par le gain global du système  $G = 192\text{ nA/V}$ . Pour déterminer la contribution des fluctuations en courant de l'échantillon aux fluctuations dans la bobine d'entrée, il faut prendre en compte toutes les sources de bruit dans le circuit, voir figure 2.8.

On modélise les fluctuations dans chaque résistance par une source de courant  $i_x$  en parallèle qui produit un bruit  $S_x = i_x^2/\Delta f$ . En supposant que toutes ces sources de bruit sont décorrélées, on peut calculer les fluctuations dans la bobine d'entrée par la méthode de superposition [94] :

$$S_{bobine} = \frac{1}{(\Sigma R)^2} [R_{de}^2 S_e + R_r^2 S_r + R_f^2 S_f], \quad (2.3)$$

où  $\Sigma R = R_{de} + R_r + R_f$  est la somme de toutes les résistances. On peut observer que la contribution de bruit de chaque résistance est pondérée par le carré de la résistance ce qui est d'une grande importance pratique, car cela permet de réduire l'influence de  $S_f$  et  $S_r$  sur le résultat en choisissant des résistances appropriées.

Pour relier  $S_{bobine}$  au bruit  $S_V$  mesuré à la sortie de l'électronique avec l'analyseur de spectre, il faut prendre en compte le bruit rajouté par le SQUID et l'électronique  $S_{dispo}$ . Ce bruit propre au dispositif peut être ramené à la



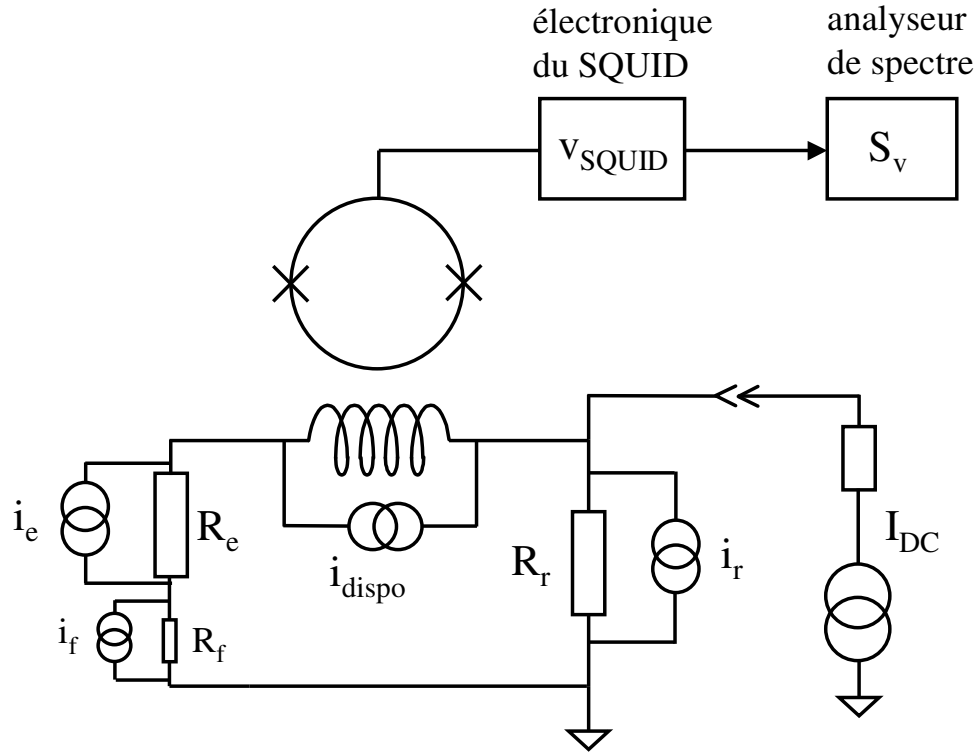


FIG. 2.8 – Configuration pour la mesure de bruit en courant.

bobine d'entrée et modélisé par une source de courant  $i_{dispo}$ , cf. la figure 2.8. On obtient finalement :

$$S_V = \frac{1}{G^2} [S_{bobine} + S_{dispo}]. \quad (2.4)$$

A partir des deux équations précédentes, on peut extraire le bruit en courant de l'échantillon :

$$S_e = \frac{1}{R_{de}^2} [(S_V G^2 - S_{dispo})(\Sigma R)^2 - R_r^2 S_r - R_f^2 S_f]. \quad (2.5)$$

Parmi les grandeurs nécessaires pour calculer  $S_e$  à partir d'une mesure de  $S_V$  avec l'analyseur de spectre, le gain  $G = 192 nA/V$  et la résistance de référence  $R_r = 0,123 \Omega$  sont à priori connus. La résistance différentielle  $R_{de}$  est mesurée comme décrit dans le paragraphe précédent. Le produit  $R_f^2 S_f$  est souvent négligeable devant les autres termes<sup>5</sup>, car  $R_f \ll R_{de}, R_r$ . Reste

<sup>5</sup>seule exception : le cas des jonctions SNS présentant un supercourant

à déterminer  $S_r$  et  $S_{dispo}$  ce qui sera décrit dans la section suivante.

## 2.4 Étalonnage et performances

### 2.4.1 Bruit du dispositif

La première expérience à faire après le montage du circuit électrique est la mesure du bruit thermique d'un échantillon macroscopique pour déterminer le bruit propre au dispositif et, de cette façon, s'assurer de sa performance. L'échantillon choisi pour les mesures d'étalonnage est un fil de manganin de résistance<sup>6</sup>  $0,275\,\Omega$  du même type que la référence. La figure 2.9 montre le bruit thermique total, exprimé en  $A^2/Hz$ , en fonction de la température. D'après les équations (2.3) et (2.4), l'ajustement théorique doit suivre la formule suivante :

$$S_I(T) = S_V(T)G^2 = \frac{4k_B T}{R_e + R_r} + S_{dispo}, \quad (2.6)$$

où nous avons remplacé  $S_e = 4k_B T/R_e$  et  $S_r = 4k_B T/R_r$  par le bruit Johnson-Nyquist. Le bruit du dispositif est alors le seul paramètre libre et on obtient le meilleur ajustement pour  $S_{dispo} = (2,1\,pA)^2/Hz$ . Comment être sûr que la saturation du bruit à basse température est due au bruit du dispositif et non pas à une saturation de la température des électrons ?

Premièrement, le bruit déduit de l'étalonnage  $S_{dispo} = (2,1\,pA)^2/Hz \simeq (11\,\mu\Phi_0)^2/Hz$  est pratiquement identique au bruit du dispositif mesuré avant le montage du SQUID sur l'insert à dilution et en ne connectant rien à la boucle d'entrée, à savoir  $(8,4\,\mu\Phi_0)^2/Hz$  (cf. section 2.3.1). Cela veut dire que nous atteignons, sous les conditions "réelles" de mesure, presque la limite ultime. Deuxièmement, des mesures de résistance, comme par exemple pour mettre en évidence le "reflectionless tunneling" (chapitre 3), montrent une évolution de la résistance jusqu'aux températures les plus basses. C'est une indication nette que la température des électrons n'a pas saturée.

La mesure du bruit thermique a été faite sans branchement d'une source de courant, ce qui est cependant nécessaire pour les mesures de bruit de grenaille. Le bruit de cette source va légèrement augmenter le bruit du dispositif. Les sources faible bruit que nous avons utilisées, présentent un bruit de quelques  $pA/\sqrt{Hz}$ . La valeur exacte de la contribution au bruit dans la bobine d'entrée dépend de la résistance interne de la source et du rapport de

---

<sup>6</sup>ici, on considère que la résistance de contact est nulle

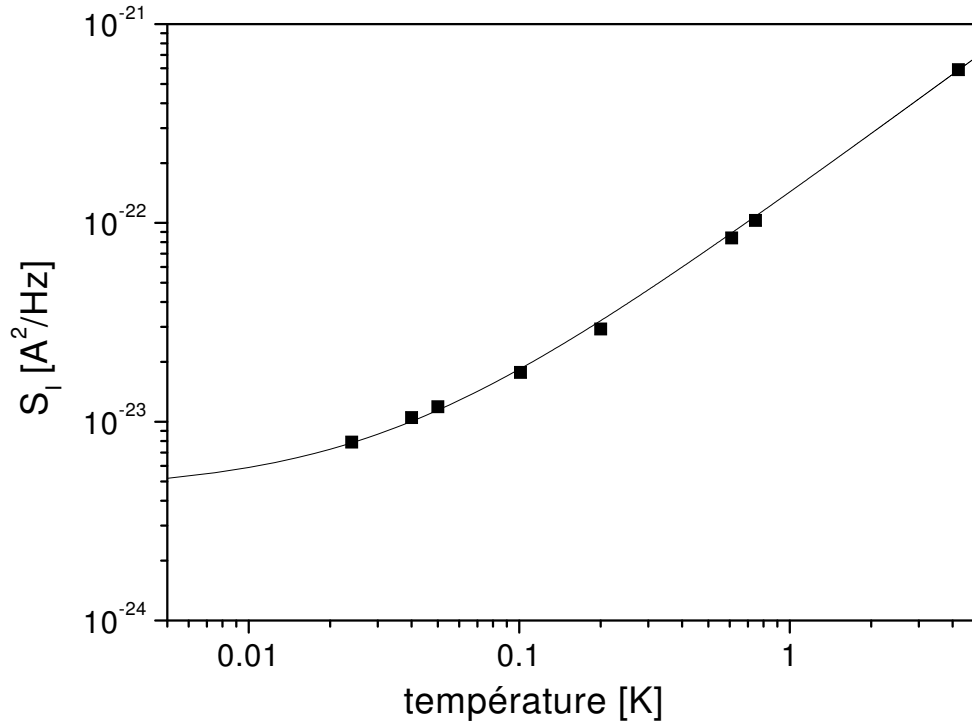


FIG. 2.9 – Bruit thermique en fonction de la température pour  $R_e = 0,275 \Omega$  et  $R_r = 0,123 \Omega$ . Le trait continu est un ajustement théorique avec  $S_{dispo} = (2,1 pA)^2/Hz$ .

résistance  $R_e/R_r$  (le pont est un diviseur de courant, ce qui est également valable pour le bruit injecté par les fils qui descendent de  $300 K$ ). Pour cette raison, nous mesurons au début de chaque expérience le bruit à polarisation nulle et déterminons exactement le bruit du dispositif qui varie entre  $(1,6 pA)^2/Hz$  et  $(5 pA)^2/Hz$ .

### 2.4.2 Spectres typiques

Nous avons généralement travaillé dans le domaine de fréquence entre  $1 Hz$  et  $12,8 kHz$ , ce qui laisse assez de marge pour un bon fonctionnement de l'asservissement à  $500 kHz$ . La figure 2.10 montre deux spectres représentatifs de nos mesures de bruit. Le spectre en haut a été enregistré en avril 2001 lors d'une de nos premières expériences après le montage du circuit électrique sur l'insert à dilution. Le niveau de base du bruit est bien défini mais un grand nombre de pics se superpose. Par la suite, nous avons essayé d'identifier

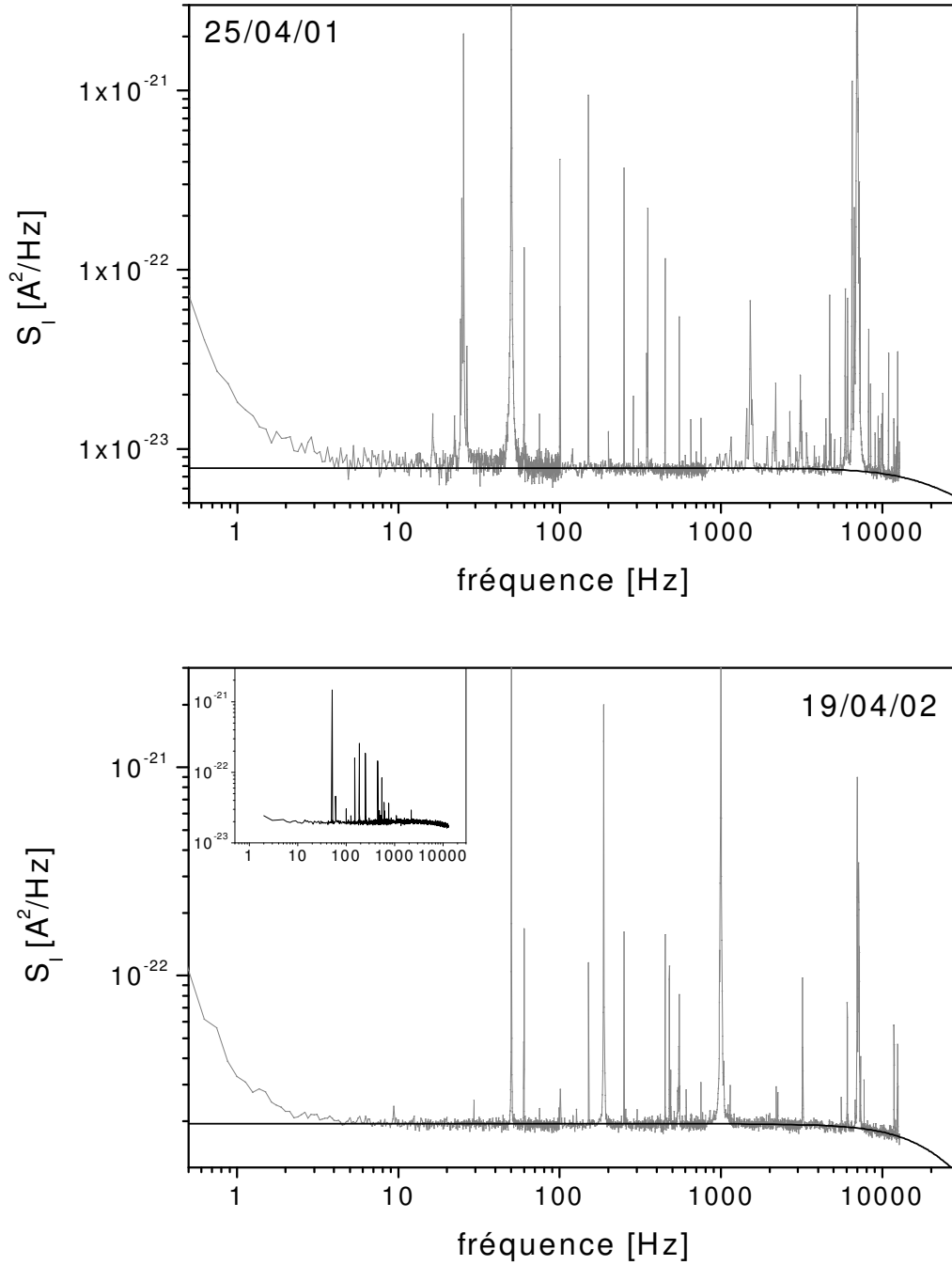


FIG. 2.10 – Comparaison de deux spectres représentatifs. Le premier date d'une des premières expériences en avril 2001 ( $T = 26 \text{ mK}$ ), le deuxième a été enregistré un an plus tard ( $T = 100 \text{ mK}$ ). De nombreux pics ont pu être supprimés en découplant le cryostat mécaniquement du sol et des pompes et en évitant les boucles de masse. Insert : Spectre quand le pompage sur la boîte à hélium 4 est arrêté.

l'origine de ces pics et pris petit à petit les précautions suivantes pour les supprimer :

- a.) pour éviter des vibrations d'origine mécanique
  - les pompes pour le circuit dilution ont été déplacées et se trouvent maintenant dans une salle éloignée de l'expérience
  - le tuyau de pompage pour la boîte à hélium 4 pompée passe par un bac à sable pour atténuer les vibrations amenées au cryostat
  - le cryostat est posé sur un amortisseur en mousse pour le découpler des vibrations du sol et il est également entouré de mousse pour écranter des perturbations acoustiques
- b.) pour éviter des boucles de masse
  - tous les tuyaux qui arrivent sur la canne de mesure sont isolés électriquement de celle-ci par une pièce en plastique
  - le bus GPIB entre l'ordinateur de commande et les appareils de mesure est isolé électriquement par un coupleur optique (National Instruments)

L'amélioration au niveau des pics peut être vérifiée dans le spectre du bas dans la figure 2.10 qui a été enregistré en avril 2002, c'est à dire un an après le spectre du haut. Surtout les pics à 25 et 50  $Hz$  ont été atténués et de nombreux pics pour  $f > 1\text{ kHz}$  supprimés. Parmi les pics qui subsistent, on peut facilement identifier les harmoniques de 50  $Hz$ . Pour ceux-ci, une amélioration sera certainement encore possible en remplaçant les câbles coaxiaux flexibles (RG 58) qui relient les appareils de mesure avec le haut de l'insert à dilution par des câbles semi-rigides. Les deux grands pics à environ 1  $kHz$  et 7  $kHz$  sont liés au pompage sur la boîte à hélium 4. Si on ferme la vanne qui concerne ce pompage sur la canne de mesure, le spectre est très propre pour  $f > 900\text{ Hz}$ , cf. l'insert dans la figure du bas.

Regardons maintenant le niveau de base du bruit. Le bruit est blanc dans un domaine de fréquence entre 10  $Hz$  et quelques  $kHz$ . A des fréquences plus faibles, le bruit est dominé par le bruit en  $1/f$  des amplificateurs opérationnels utilisés dans l'électronique du SQUID et les sources de courant pilotées en tension. Pour des fréquences au delà de quelques  $kHz$ , on observe une diminution du bruit qui correspond à une coupure dans la fonction de transfert du système. Cette coupure est essentiellement due à l'impédance  $\omega L$  de la bobine d'entrée du SQUID. Dans la dérivation de l'équation (2.4), nous avons négligé son inductance  $L_b = 1,85\text{ }\mu H$ . A  $f = 10\text{ kHz}$ , l'impédance  $\omega L_b$  devient de l'ordre de la résistance de référence. Un calcul qui prend en compte une valeur  $\omega L$  finie, corrige l'équation (2.4) de la manière suivante :

$$S_V = \frac{1}{G^2} \left[ \frac{S_{bobine}}{1 + (f/f_0)^2} + S_{dispo} \right], \quad (2.7)$$

avec une fréquence de coupure  $f_0 = \frac{\Sigma R}{2\pi L}$ .

La formule (2.7) permet d'ajuster les spectres mesurés avec  $S_{bobine}$  et  $f_0$  comme paramètres. Pour donner un exemple, la courbe pleine dans le spectre du bas de la figure 2.10 est calculée avec  $S_{bobine} = 1,68 \cdot 10^{-23} A^2/Hz$  et  $f_0 = 30 kHz$  ce qui correspond au bruit thermique des résistances  $\Sigma R = 0,329 \Omega$  et à une inductance effective  $L = 1,75 \mu H$  en très bon accord avec  $L_b$ .

Les spectres enregistrés pour des forts courants de polarisation  $I_e$  dans des échantillons de petits volumes  $\Omega$  montrent une augmentation du bruit en  $1/f$ , voir la figure 2.11. Ce comportement est attendu car les fluctuations de résistance à l'origine de ce bruit en  $1/f$  sont proportionnelles à  $I_e^2/\Omega$  [152]. Nous pouvons en tenir compte en ajoutant une composante  $\frac{\beta}{f^\alpha}$  au bruit de

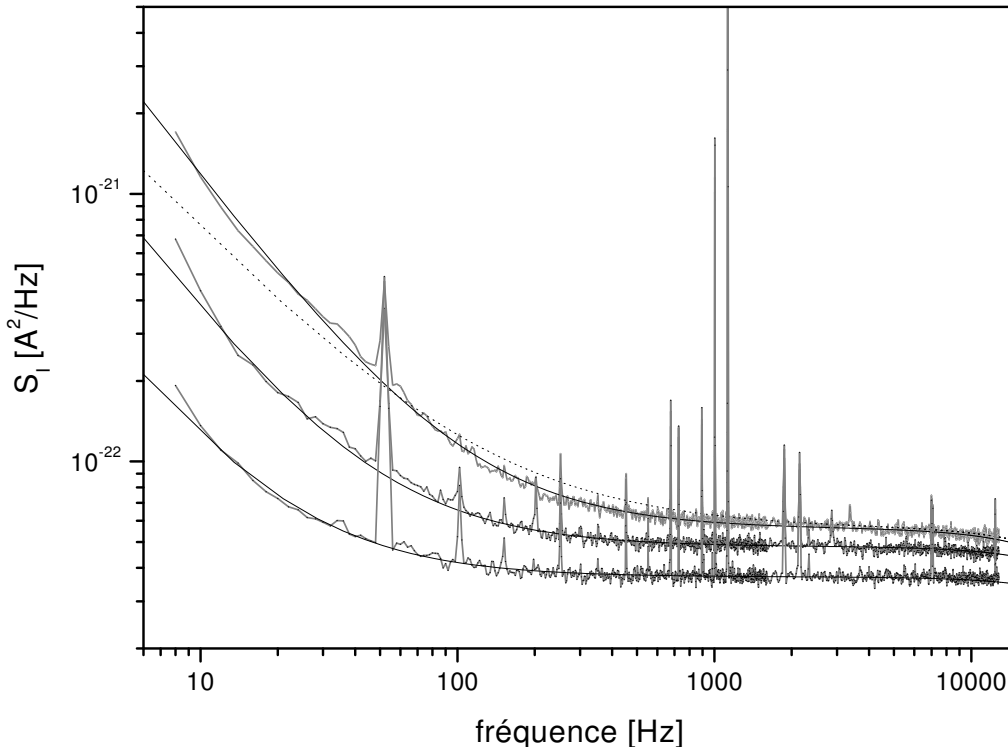


FIG. 2.11 – Augmentation du bruit en  $1/f$  avec le courant de polarisation  $I_e$  dans l'échantillon, de bas en haut :  $I_e = 36,98$  et  $200 \mu A$ . Les ajustements théoriques prennent en compte un terme  $\frac{\beta}{f^\alpha}$  avec un exposant  $\alpha = 1,27$  (courbe pleines). Avec  $\alpha = 1$  (courbe pointillé) l'ajustement est nettement moins bon.

l'échantillon. L'exposant  $\alpha$  n'est pas toujours égal à 1, mais reste dans la fourchette  $0,8 < \alpha < 1,4$  observée par d'autres auteurs [152]. Sur l'exemple donné dans la figure 2.11, il s'agit des spectres d'une jonction SNS de petit

volume ( $\Omega \approx 0,02 \mu m^3$ ) pour trois courants de polarisation différents. On obtient le meilleur ajustement pour  $\alpha = 1,27$ .

En pratique, nous moyennons un spectre 1024 fois, ce qui donne un écart type relatif de 3% pour l'estimation de la densité spectrale de bruit. Cela correspond par exemple à une dispersion de l'ordre de  $(0,5 pA)^2/Hz$  pour un niveau de bruit de  $(3 pA)^2/Hz$ . Avec ce taux de moyennage et 800 points de fréquence dans l'intervalle  $0..12,8 kHz$ , l'enregistrement d'un spectre dure 64 s. Ensuite, le niveau du bruit est extrait par un programme Labview dans une fenêtre de fréquence où le bruit est blanc. Le programme enlève les pics dans le spectre et calcule la moyenne sur les points, ce qui réduit encore l'incertitude sur la valeur mesurée. Cependant, nous vérifions systématiquement quelques spectres “à la main” pour s'assurer que les valeurs calculées sont correctes.

### 2.4.3 Étalonnage avec polarisation

Avant de mesurer le bruit de grenaille dans un échantillon mésoscopique, nous avons étudié le bruit en courant en fonction de la tension de polarisation d'un fil de manganin de résistance  $R_e = 0,285 \Omega$  du même type que la référence ( $\varnothing 0,2 mm$ ). Malgré des longueurs de fils de quelques millimètres ( $L_e \approx 16 mm$  et  $L_r \approx 7 mm$ ), on observe une augmentation nette de la température effective des électrons  $T_e = S_I(R_e + R_r)/4k_B$  avec la tension DC aux bornes des résistances (voir figure 2.12).

A très basse température, la dissipation de la puissance injectée par le courant de polarisation est difficile à cause des longueurs d'interaction électron-phonon très importantes. Pour comprendre les résultats expérimentaux, nous avons dans un premier temps supposé que les électrons sont complètement découplés des phonons. On peut alors calculer la température effective à l'aide de l'équation (1.24) en moyennant sur la longueur du fil. Le résultat d'un tel calcul est montré à titre d'exemple pour une température de base de  $100 mK$  par la courbe pleine dans la figure 2.12. La température calculée surestime la température déterminée par l'expérience. Le couplage avec les phonons doit donc être pris en compte.

Dans un deuxième temps, nous avons résolu numériquement (avec la méthode des différences finies) l'équation différentielle (1.23) qui prend en compte les interactions électron-électron et électron-phonon. En supposant que les phonons dans les deux fils de manganin restent à la température de base et en prenant un paramètre de couplage  $\Sigma = 110^7 Wm^{-3}K^{-5}$ , on obtient une température effective beaucoup trop faible (cf. la courbe pointillée dans la figure 2.12). Nous en concluons que les phonons dans au moins un des deux fils sont plus chauds que la température de base. Dans ce modèle simple, le fil est sup-

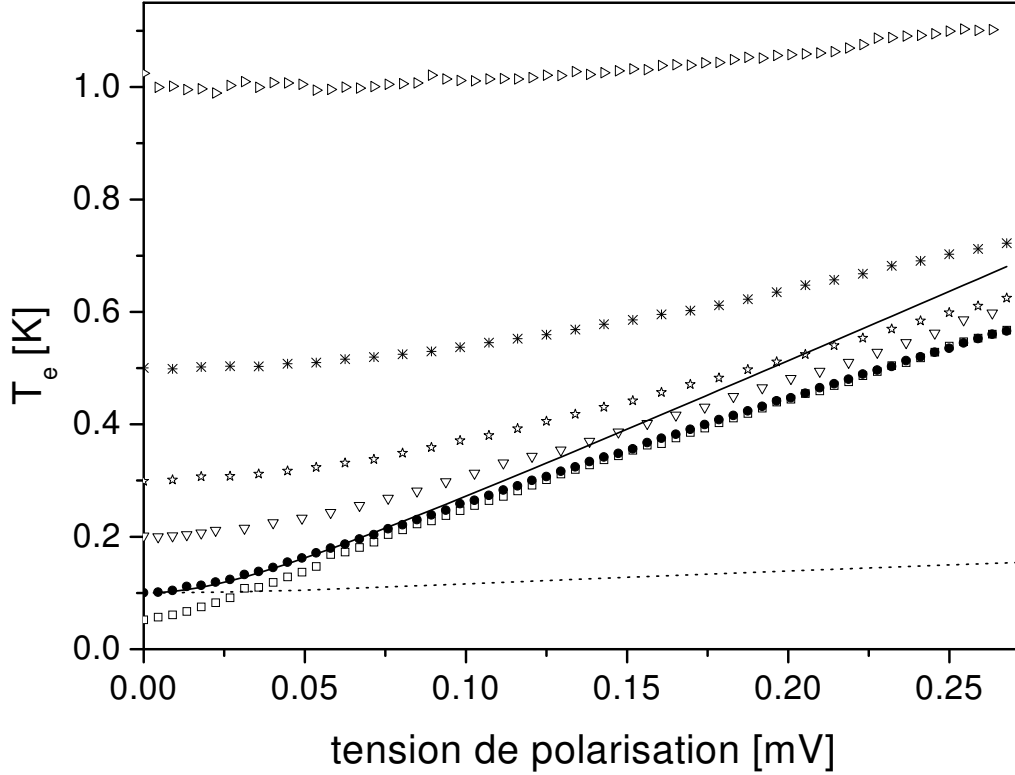


FIG. 2.12 – Température effective des électrons en fonction de la tension de polarisation aux bornes de l'échantillon et de la référence pour différentes températures de base. La courbe pleine est un ajustement théorique à 100  $mK$  supposant aucun couplage avec les phonons et la courbe pointillée suppose un couplage avec des phonons à la température de base de 100  $mK$ .

posé être connecté à des réservoirs à chaque extrémité. Expérimentalement, ce n'est pas vraiment le cas, car les connexions électriques se font via des soudures et fils supraconducteurs qui sont de mauvais réservoirs thermiques. Le comportement réel se trouvant entre les deux modèles, nous avons interpolé numériquement la caractéristique  $T_e(V)$  pour chaque température de base et utilisé la fonction obtenue pour calculer le bruit en courant dans la référence  $S_r = 4k_B T_e(V)/R_r$ . En pratique, nous tenons donc compte de la température effective des électrons dans la référence. Cependant, pour minimiser l'influence de l'incertitude sur cette température au calcul du bruit dans l'échantillon, nous avons choisi des échantillons avec des résistances  $R_e \approx 1 \Omega \gg R_r$ . De cette manière, la contribution  $S_r R_r^2$  au bruit total dans la bobine (cf. l'équation (2.3)) est seulement de l'ordre de quelques pour cents et un changement dans la température des électrons négligeable.





# Chapitre 3

## Doublement du bruit dans une jonction SIN

### 3.1 Introduction

Le doublement du bruit de grenaille dans une jonction SN, où le métal diffusif est en bon contact électrique avec le supraconducteur, a été mis en évidence en 1999 [72, 81]. Le facteur de Fano  $F = S_I/2eI = 2/3$  exprime non seulement le doublement dû à la réflexion d'Andreev à l'interface (facteur 2), mais également la réduction du bruit par le principe de Pauli dans le métal normal diffusif (facteur 1/3).

En revanche, lorsqu'une barrière est présente à l'interface et que celle-ci domine la résistance totale du contact, on s'attend à ce que le facteur de réduction 1/3 disparaisse et que le bruit soit égal au double du bruit Schottky,  $S_I = 4eI$ . En effet, dans ce cas, le bruit est généré par le passage décorrélié de paires de charges à travers la barrière. La mise en évidence de ce doublement est un défi expérimental car les processus de réflexions d'Andreev sont peu probables et le courant de paires est faible. Il devient alors difficile de mesurer le bruit de grenaille.

Nous avons vu au chapitre 1, qu'il est possible de restaurer du courant de paires dans une jonction SIN lorsque le désordre dans le métal normal est suffisant pour rétro-diffuser les quasiparticules vers l'interface. Il en découle alors un pic de conductance à polarisation nulle ("reflectionless tunneling"). Les jonctions tunnel à base de barrières d'oxyde ne sont guère adaptées puisque leur transparence  $T$  est de l'ordre de  $10^{-5} \dots 10^{-6}$  et il est impossible de trouver un métal désordonné qui puisse confiner les quasiparticules suffisamment longtemps près de l'interface. En revanche, les contacts supraconducteur/semi-conducteur dopé présentent généralement une trans-

parence intermédiaire ( $T \simeq 10^{-2}$ ) à travers la barrière Schottky qui se forme à l'interface du contact. Avec de tels matériaux, il est alors possible d'observer le "reflectionless tunneling" par des mesures de conductance et l'étude du bruit de grenaille devient possible. Les mesures de bruit permettent alors de confirmer l'origine du pic de conductance. C'est ce que nous avons fait sur des jonctions TiN/Si  $n^{++}$  pour lesquelles le nitrure de titane est supraconducteur et le silicium fortement dopé.

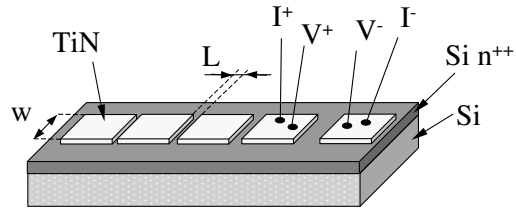
## 3.2 Caractéristiques du contact TiN/Si $n^{++}$

### 3.2.1 Élaboration du contact

Les échantillons ont été fabriqués au LETI, CEA Grenoble, dans une technologie 200  $mm$ . Dans une première étape, le silicium, protégé à la surface par une fine couche d'oxyde, est dopé par l'implantation de phosphore à 15  $keV$ ,  $2 \cdot 10^{15} cm^{-2}$ . Ensuite, un traitement thermique à 650  $^{\circ}C$ , suivi d'un traitement d'activation/diffusion de 30 min à 1050  $^{\circ}C$  sous oxygène, permet la recristallisation du silicium. Finalement, le substrat est désoxydé par gravure humide à l'acide fluorhydrique. De ce procédé résulte une épaisseur effective de la couche de silicium dopé, définie par la zone pour laquelle la concentration du phosphore est supérieure à celle de la transition de Mott,  $n_c = 3 \cdot 10^{18} cm^{-3}$  [1], de  $t = 0,6 \mu m$ . Le dopage effectif dans cette zone vaut  $n_e = 2 \cdot 10^{19} cm^{-3}$ . Cette valeur coïncide avec la valeur pour laquelle le niveau de Fermi passe dans la bande de conduction [1], le silicium est alors dégénéré. Le nitrure de titane est fréquemment utilisé au LETI (et en microélectronique en général) comme reprise de contact ohmique sur silicium et barrière de diffusion entre le silicium et le tungstène. Pour cette raison, le LETI possède une technologie optimisée pour le contact TiN/Si.

En ce qui concerne nos échantillons, une bicouche de titane (10  $nm$ ) et de nitrure de titane (100  $nm$ ) est déposée par pulvérisation cathodique. Ensuite, on définit par lithogravure un motif TLM (Transverse Length Method). Ce motif consiste en une série de plots de TiN de taille 1  $mm \times 1 mm$ , espacés de différentes longueurs variant de 1  $\mu m$  à 500  $\mu m$  (cf. figure 3.1). Finalement, la

FIG. 3.1 – Motif TLM et configuration de mesure pour les échantillons TiN/Si  $n^{++}$ .



plaque peut subir un traitement thermique à 720 °C sous atmosphère d'azote pendant 20 s pour densifier le nitrure de titane. A ce moment, une couche de 40 nm de siliciure de titane (TiSi<sub>2</sub>) se forme à l'interface. Cependant, nous n'avons pas observé de différences sur la conductance entre les plaques recuites et non-recuites.

### 3.2.2 La barrière Schottky

La barrière Schottky est une barrière de potentiel qui se forme à l'interface entre un métal et un semi-conducteur. Pour permettre l'alignement des niveaux de Fermi, une zone de charge d'espace se crée dans le semi-conducteur ce qui implique une courbure de bandes [139].

Dans nos échantillons, le silicium est fortement dopé, de telle façon que le niveau de Fermi passe à l'intérieur de la bande de conduction du semi-conducteur et le contact devient ohmique.

Les paramètres clés de la barrière Schottky : l'épaisseur  $d$  et la transparence  $T$ , peuvent être estimés à l'aide des formules suivantes [139] :

$$d \approx \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}\epsilon_0}{en_e}}\phi_B \quad \text{et} \quad T \approx \exp\left[-\frac{\phi_B}{E_{00}}\right], \quad \text{avec} \quad E_{00} = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{n_e}{m^*\epsilon_{Si}\epsilon_0}}, \quad (3.1)$$

où  $\phi_B$  est la hauteur de la barrière,  $\epsilon_{Si} = 11,9$  la constante diélectrique relative du silicium et  $m^* = 0,321m_e$  la masse effective. Avec une valeur  $\phi_B(77\text{ K}) = 0,32\text{ eV}$ , trouvée dans la littérature [43], on obtient  $d \approx 5\text{ nm}$ ,  $E_{00} \approx 40\text{ meV}$  et  $T \approx 5 \cdot 10^{-4}$ . Comme attendu, la transparence est intermédiaire entre celle d'une interface parfaite ( $T = 1$ ) et celle d'une barrière à base d'oxyde ( $T \approx 10^{-6}$ ).

A basse température, l'énergie caractéristique  $E_{00}$  est beaucoup plus grande que l'énergie thermique des électrons  $k_B T$ , mais beaucoup plus petite que la hauteur de la barrière, ce qui signifie que le transport s'effectue essentiellement par des processus tunnel. Le contact TiN/Si n<sup>++</sup> peut alors être modélisé comme jonction SIN où I représente une barrière tunnel qui ne dépend que très peu de la tension appliquée dans la gamme de tension exploitée dans nos expériences.

### 3.2.3 La résistance de contact

Les seules prises de contact possibles sur nos échantillons sont sur les plots de TiN (cf. la figure 3.1). Nous avons donc toujours mesuré deux jonctions TiN/Si en série avec la partie de silicium dopé (de longueur  $L$  et de largeur

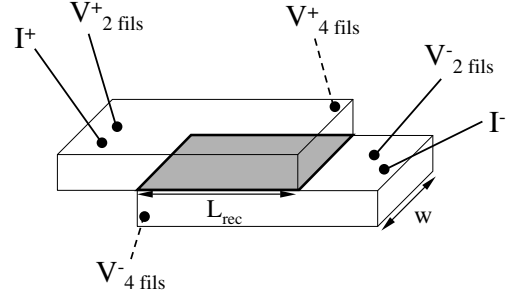
$w$ ) entre les deux plots. Ainsi la résistance totale d'un échantillon est :

$$R_{tot} = \frac{R_{\square}}{N_{\square}} + 2R_c, \quad (3.2)$$

où  $R_{\square}$  est la résistance par carré du silicium dopé,  $N_{\square} = w/L$  le nombre de carré de silicium en parallèle et  $R_c$  la résistance du contact TiN/Si.

La résistance de contact dans des jonctions planaires, schématisées dans la figure 3.2, a été calculée par Giaever [51]. Le courant traverse l'interface entre

FIG. 3.2 – Jonction planaire constituée de deux métaux qui se recouvrent sur une longueur  $L_{rec}$ . La résistance mesurée dépend de l'endroit des prises de tension et de la résistance de la barrière à l'interface.



les deux contacts sur une longueur  $L_b = \sqrt{2R_b/R_{\square}}$  qui dépend du rapport entre la résistance de la barrière  $R_b$  en unités  $\Omega m^2$  et la résistance par carré  $R_{\square}$  des deux films supérieur et inférieur (supposés identiques).

Lorsque les deux contacts sont normaux, le résultat de la mesure de résistance dépend de la configuration des prises de contact :

$$R_c = \frac{V^+ - V^-}{I} = \frac{R_b}{wL_b} \coth\left(\frac{L_{rec}}{L_b}\right) \pm \frac{R_{\square}L_{rec}}{2w}, \quad (3.3)$$

avec le signe “+” pour une mesure en 2 fils et le signe “-” pour une mesure en 4 fils (cf. figure 3.2). En revanche, quand un des métaux est supraconducteur, comme dans nos échantillons, le second terme s’annule.

Lorsque le recouvrement entre les films est petit de façon que  $L_b \gg L_{rec}$ , le courant traverse l’interface sur toute la longueur de recouvrement et la résistance de contact s’écrit  $R_c = R_b/(wL_{rec})$ . Dans la limite opposée, la surface de la jonction est renormalisée sur la longueur  $L_b \ll L_{rec}$  et on obtient  $R_c = R_b/(wL_b)$ . C’est le cas de notre géométrie, car les plots de TiN sont très larges ( $L_{rec} = 1 \text{ mm}$ ).

## 3.3 Mesures de conductance

Une caractérisation complète du contact TiN/Si  $n^{++}$  en ce qui concerne la conductance à basse température a été effectuée par David Quirion pen-

dant sa thèse [116]. Nous avons donc pu nous appuyer sur ses résultats et notamment leur analyse dans le cadre de la théorie quasi-classique [146].

#### 3.3.1 Paramètres du silicium

La technologie du LETI aboutit à une géométrie TLM, comme décrite au début de ce chapitre. Elle permet de déterminer la résistance du silicium à l'aide de l'équation (3.2) en mesurant la résistance totale entre deux plots pour différentes longueurs  $L$ . Ces mesures ont été effectuées à  $4,2\text{ K}$  où le TiN est supraconducteur<sup>1</sup>. On obtient  $R_{\square}(4,2\text{ K}) = 24\ \Omega$ , une valeur inférieure à la résistance à température ambiante,  $R_{\square}(300\text{ K}) = 48,5\ \Omega$ , ce qui indique un comportement métallique.

En utilisant un modèle d'électrons libres, on peut maintenant calculer le vecteur d'onde de Fermi et le libre parcours moyen élastique :

$$k_F = \left( \frac{3\pi^2 n_e}{N} \right)^{1/3} \approx 4,6 \cdot 10^8\text{ m}^{-1} \quad \text{et} \quad l_e = \frac{\hbar k_F}{R_{\square} t e^2 n_e} \approx 6,6\text{ nm}, \quad (3.4)$$

où  $t = 0,6\ \mu\text{m}$  est l'épaisseur effective du silicium dopé et  $N = 6$  la dégénérescence de vallée. On obtient ainsi une constante de diffusion  $D = v_F l_e / 3 = 3,5\text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ . Le produit  $k_F l_e = 3$  confirme le comportement métallique d'après le critère de Ioffe-Regel, qui prédit une transition vers le régime isolant pour  $k_F l_e \lesssim 1$ .

Des mesures TLM, on peut également déduire la résistance de contact  $R_c = 0,078\ \Omega$  à  $4,2\text{ K}$ . Cependant, les mesures de conductance en fonction de la température, présentées dans la section suivante, montrent que la résistance du silicium sous l'interface est beaucoup plus grande qu'entre les plots. Pour cette raison, nous ne pouvons pas déduire directement la résistance de la barrière  $R_b = 2R_c^2 w^2 / R_{\square}$  de  $R_c$ . Cependant, si on prend  $R_{\square} = 24\ \Omega$  et  $R_c = 0,078\ \Omega$  pour  $w = 1000\ \mu\text{m}$ , on trouve  $R_b \simeq 500\ \Omega\mu\text{m}^2$  et  $L_b \simeq 6,5\ \mu\text{m} \ll L_{rec}$ .

#### 3.3.2 Observation du “reflectionless tunneling”

Les mesures de transport dans les contacts TiN/Si n<sup>++</sup>, effectuées il y a quelques années dans notre laboratoire, ont mis en évidence une augmentation de la conductance à basse température et à faible tension : le phénomène de “reflectionless tunneling” [118]. Les mesures de bruit ont été pratiquées sur des échantillons issus du même lot. Nous avons étudié des jonctions de taille

---

<sup>1</sup>La température critique du TiN dépend de la concentration d'azote et du type de dépôt (PVD ou CVD) [56]. Nos échantillons transitent autour de  $4,6\text{ K}$  [85].

$L \times w = 1 \mu m \times 1 mm$  (échantillon A) et  $L \times w = 2 \mu m \times 1 mm$  (échantillon B), directement disponibles sur le motif TLM.

Dans un premier temps, nous avons vérifié que les échantillons A et B reproduisaient le “reflectionless tunneling”. La figure 3.3 montre la conductance  $G_c$

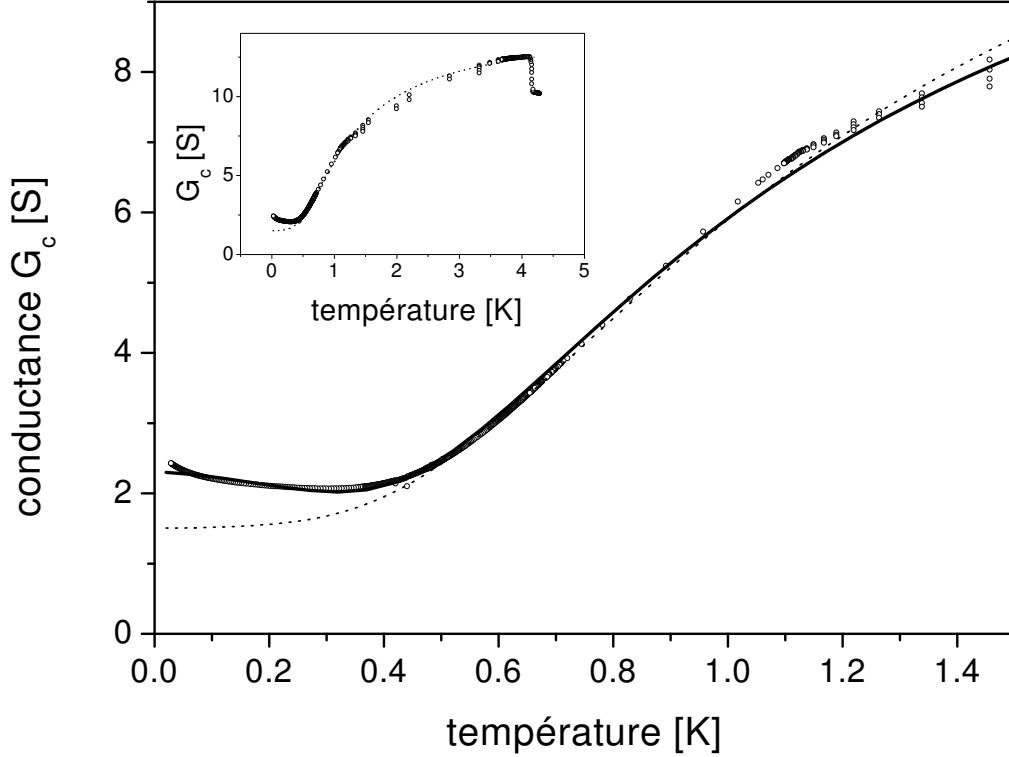


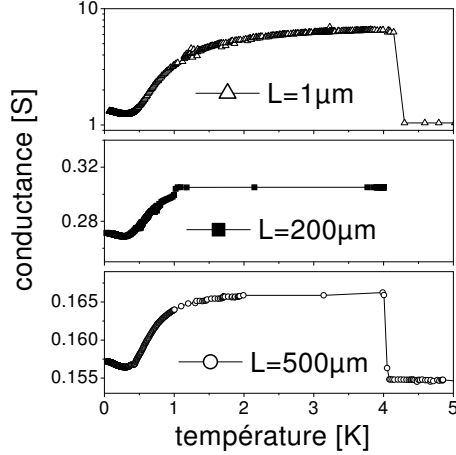
FIG. 3.3 – Conductance en fonction de la température pour un contact TiN/Si  $n^{++}$  de l’échantillon A. Pour  $T < 300 mK$ , on observe un inversement du comportement de la conductance. La courbe pointillée est un ajustement théorique avec le modèle BTK, la courbe pleine avec la théorie quasi-classique. Insert : La même courbe à plus grande échelle et l’ajustement BTK.

d’un contact de l’échantillon A en fonction de la température, mesurée avec une très faible excitation ac ( $100 nA$ ). On déduit  $G_c$  à partir de l’équation (3.2) avec  $R_{\square} = 24 \Omega$  et  $N_{\square} = 1000$  (500) pour l’échantillon A (B). Au dessus de  $4 K$  (voir insert), on identifie la transition supraconductrice des plots de TiN. En baissant la température, la conductance diminue d’abord, car le gap supraconducteur s’ouvre petit à petit dans le TiN. On observe bien un comportement tunnel, où la résistance de la barrière domine la résistance du métal normal. En revanche, en dessous de  $300 mK$ , le comportement de la conductance s’inverse et on voit une nette augmentation jusqu’à la tempéra-

ture la plus basse,  $T = 30 \text{ mK}$ .

Nous avons vérifié que cette augmentation de conductance n'est pas un pré-curseur d'un courant Josephson entre les deux plots de TiN, en mesurant la caractéristique  $G(T)$  pour des échantillons de différentes longueurs  $L$ , cf. la figure 3.4. On observe pour l'échantillon de  $L = 500 \mu\text{m}$  la même aug-

FIG. 3.4 – Comparaison du comportement de la conductance totale en fonction de la température pour trois échantillons de longueurs  $L$  très différentes. Indépendamment de  $L$ , on observe une augmentation de la conductance pour  $T \lesssim 300 \text{ mK}$ .



mentation de conductance à basse température que pour celui de  $L = 1 \mu\text{m}$ . De plus, on trouve une longueur de cohérence  $L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T}} = 120 \text{ nm}$  à  $30 \text{ mK}$  bien inférieure à  $L$ , ce qui signifie que le courant Josephson est exponentiellement petit. Ces résultats assurent que le phénomène observé à basse température est lié à un effet de cohérence sous l'interface TiN/Si et non pas entre deux plots de TiN.

La dépendance en tension de la conductance différentielle à trois températures différentes est montrée dans la figure 3.5. Dans cette figure (et par la suite), la tension correspond à la chute de potentiel aux bornes du contact en considérant que la tension totale mesurée se répartit aux bornes des deux contacts et dans le silicium dopé entre les contacts. A  $T = 50 \text{ mK}$ , le pic à polarisation nulle a une hauteur  $G_{NS}(V = 0) \simeq 2,4 \text{ S}$  et une largeur d'environ  $40 \mu\text{V}$ . La largeur et la hauteur sont liées à la longueur de cohérence des paires d'Andreev. Quand la température augmente, la hauteur du pic diminue. En effet, la longueur de cohérence thermique  $L_T$  diminue et par conséquent la contribution cohérente à la conductance. La largeur reste cependant la même car la longueur limitante,  $L_V = \sqrt{\hbar D / eV}$ , est indépendante de la température.

Pour des tensions supérieures à  $20 \mu\text{V}$ , la conductance croît fortement. Une telle augmentation n'est pas attendue dans une jonction SIN à si basse température pour  $eV \ll \Delta$  (cf. la figure 1.10 pour  $T = 0,04$ ). Les mesures de bruit vont nous permettre de clarifier son origine.



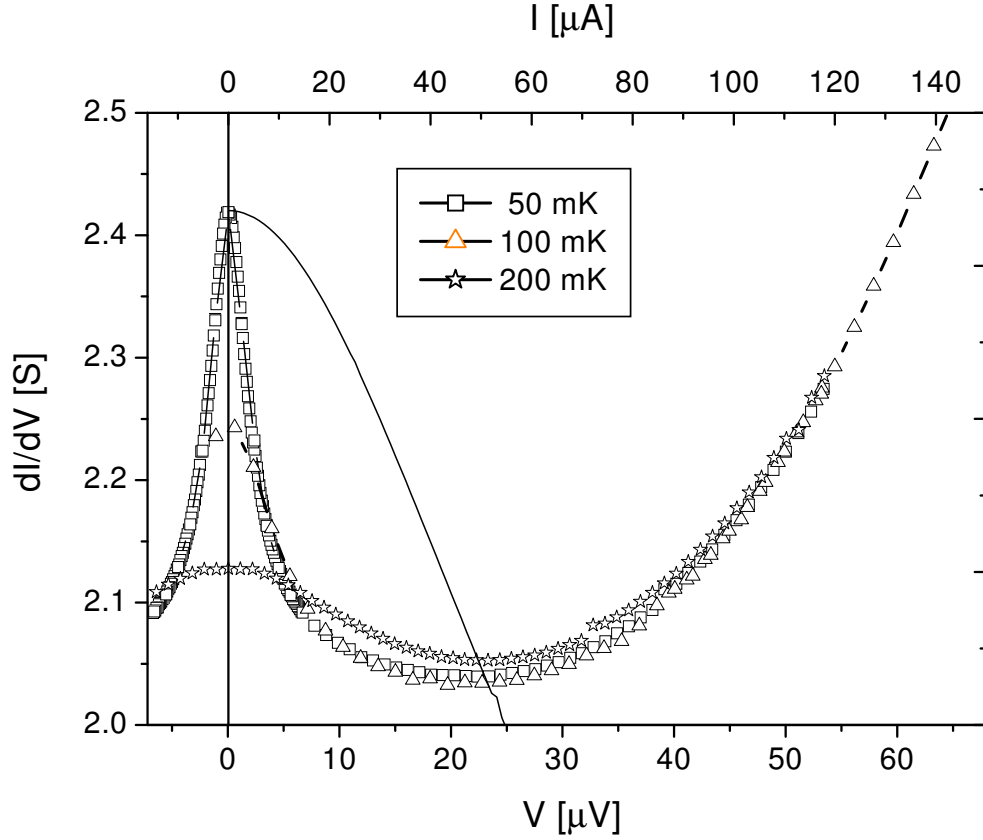


FIG. 3.5 – Conductance différentielle en fonction de la tension de polarisation d'un contact TiN/Si  $n^{++}$  de l'échantillon A pour différentes températures. Le courant équivalent est porté sur l'axe supérieur. On observe un pic de conductance à polarisation nulle et un minimum à  $I \approx 50 \mu A$  ( $V \approx 25 \mu V$ ). Le pic est beaucoup moins large que le prédit la théorie quasi-classique (courbe pleine).

### Comparaison avec la théorie

Qualitativement, nos échantillons montrent toutes les signatures du “reflectionless tunneling”. Une analyse quantitative est cependant rendu difficile par l'incertitude sur les paramètres intrinsèques du contact TiN/Si  $n^{++}$ . Le dépôt de la couche de TiN et le traitement thermique éventuel, peuvent changer les propriétés du silicium qui se trouve directement sous l'interface. Par conséquent, le libre parcours moyen élastique pour les électrons dans cette partie de la jonction peut être plus petit que dans le silicium entre les plots de TiN. Une autre incertitude concerne la longueur du métal normal qu'il faut attribuer au contact, c'est-à-dire qui participe à la résistance du contact  $R_c$ .

Autrement dit, où est-ce que commence le réservoir normal ? Géométriquement, le réservoir n'est pas défini. La partie normale qui contribue à l'effet de "reflectionless tunneling" est alors limitée par la longueur de cohérence  $L_\phi$ .

**Modèle BTK.** Bien que décrivant des jonctions SIN monocanal, balistique, le modèle BTK [26] fournit également des résultats corrects dans le cas des jonctions tunnel multicanaux et tridimensionnelles tant que la barrière est assez forte ( $Z \gg 1$  ; voir la section 1.4.2). Cependant, il n'est adapté à notre contact qu'à "haute" température, quand le désordre dans la partie normale ne joue pas encore un rôle essentiel. Néanmoins, c'est un bon point de départ, notamment pour mieux cerner l'effet du désordre et la contribution des quasiparticules à la conductance.

L'ajustement avec la théorie BTK est la courbe pointillée dans la figure 3.3. Comme attendu, il ne peut pas reproduire l'augmentation de la conductance à basse température, qui est liée à la rétro-diffusion cohérente des quasiparticules par le désordre. Les paramètres suivants donnent un bon ajustement : le gap supraconducteur de TiN,  $\Delta = (0,21 \pm 0,01) \text{ meV}$ , la conductance normale du contact  $G_{NN} = 12,5 S$ , la transparence de la barrière  $T = (2 \pm 1) 10^{-2}$  et l'amortissement dans le supraconducteur (paramètre de Dynes)  $\Gamma_S = (0,11 \pm 0,01)\Delta$ .

La valeur de  $\Delta$  ne correspond pas au gap BCS,  $\Delta_{BCS} = 1,76 k_B T_c \approx 0,7 \text{ meV}$ , qu'on obtient avec la température critique  $T_c = 4,6 K$ . Le gap près de l'interface semble être plus petit que le gap dans le TiN massif, probablement à cause de l'effet de proximité inverse à travers la barrière Schottky inhomogène. L'inhomogénéité vient d'une part du désordre dans le semi-conducteur directement sous l'interface. D'autre part, le fort dopage du Si diminue l'épaisseur de la barrière Schottky qui peut même devenir inférieure à la distance entre dopants. C'est un comportement qui est fréquemment observé dans des jonctions supraconducteur/semi-conducteur fortement dopées [76, 90, 114].

Le paramètre  $\Gamma_S$  est remarquablement grand, ce qui signifie que la densité d'états du supraconducteur est fortement arrondie. C'est une autre indication pour la présence de désordre à l'interface TiN/Si.

La transparence  $T$  déduite du modèle BTK est de l'ordre de  $10^{-2}$ . Cela confirme que la transparence de la barrière Schottky est intermédiaire entre celle d'une bonne interface et celle d'une barrière d'oxyde. L'incertitude sur  $T$  est cependant assez grande (50%), car la courbe est peu sensible à  $T$  pour un paramètre  $\Gamma_S/\Delta > T$ .

**Théorie quasi-classique.** La courbe pleine dans la figure 3.3 est un ajustement de la caractéristique  $G(T)$  dans le cadre de la théorie quasi-classique [146], appliquée aux jonctions SIN planaires selon la référence [118]. Contrairement au modèle BTK, la résistance du silicium sous l'interface est prise en compte dans la conductance normale du contact<sup>2</sup>  $G_{NN} = wL_b/R_b$  à travers la longueur effective de la barrière  $L_b = \sqrt{2R_b/R_{\square}}$  (cf. la section 3.2.3).

Les valeurs du gap  $\Delta = 0,22 \text{ meV}$ , de la conductance normale  $G_{NN} = 12,5 S$  et du paramètre de Dynes  $\Gamma_S = 0,14\Delta$  utilisées pour l'ajustement sont pratiquement identiques à celles du modèle BTK. La transparence de la barrière rentre dans le modèle quasi-classique à travers le paramètre<sup>3</sup>  $\epsilon_b = \hbar D/L_b^2$ . On obtient un bon ajustement avec  $\epsilon_b = (9 \pm 1) 10^{-3} \Delta$ . Si on suppose que  $R_{\square}$  et  $D$  du silicium entre les plots de TiN restent valables sous l'interface, on trouve  $\epsilon_b \simeq 2,4 10^{-5} \Delta$ , ce qui est deux ordres de grandeur plus petit que la valeur d'ajustement. Si on réécrit  $\epsilon_b$  comme :  $\epsilon_b = \frac{\hbar D R_{\square}^2}{4 R_c^2 w^2}$ , on s'aperçoit que  $\epsilon_b \sim 1/(l_e t^2)$ , où  $t$  est l'épaisseur effective de la couche de Si qui contribue au "reflectionless tunneling" et  $l_e$  le libre parcours moyen élastique dans celle-ci. La valeur de  $\epsilon_b$  trouvée par l'ajustement montre que  $l_e$  et  $t$  sont fortement réduites sous l'interface. C'est la confirmation que le dépôt du TiN et les traitements thermiques produisent du désordre à l'interface.

Un paramètre supplémentaire rentre dans le modèle quasi-classique : l'énergie de cohérence de phase  $\gamma_{\phi} = \hbar/\tau_{\phi} = 0,26\Delta$ , qui caractérise la cohérence de phase des ondes des quasiparticules dans la partie normale. On en déduit  $\tau_{\phi} \simeq 10 \text{ ps}$ , une valeur beaucoup plus petite que le temps de cohérence de phase déduit des mesures de magnétorésistance sur une couche de Si dopé sans plots de TiN, à savoir  $\tau_{\phi}(T = 240 \text{ mK}) = 2,7 \text{ ns}$  [118]. Cette réduction devrait être également liée au fort désordre sous l'interface métal/semi-conducteur. Ce temps de cohérence très court limite les effets de cohérence à une zone près de l'interface et justifie notre traitement des échantillons comme deux contacts en série qui sont connectés de façon incohérente par la partie Si dopé.

En ce qui concerne la caractéristique conductance-tension  $G(V)$ , la prédiction de la théorie quasi-classique (courbe pleine dans la figure 3.5), qui utilise les mêmes paramètres que pour l'ajustement de la caractéristique  $G(T)$ , est en désaccord avec les données expérimentales. Le pic prédit est beaucoup plus large que celui observé. Une explication possible est une augmentation

---

<sup>2</sup>en pratique, la conductance normale correspond à la valeur  $G(T \lesssim T_c(\text{TiN}))$ , c'est-à-dire pour  $\Delta(\text{TiN}) \approx 0$ , mais le TiN dans l'état supraconducteur

<sup>3</sup>le temps  $\tau_b = \hbar/\epsilon_b$ , associé à cette énergie, peut être interprété comme le temps nécessaire pour un électron de traverser la barrière

de la température effective des électrons. Cette élévation de température est renforcée, d'une part, par les interfaces SN qui ont une mauvaise conduction thermique et, d'autre part, par le désordre qui confine les électrons près de l'interface. De plus, le silicium est un mauvais réservoir thermique à basse température comparé à un bon métal. Par conséquent, la puissance injectée dans la jonction est difficilement dissipée. Une analyse quantitative de l'augmentation de la température électronique est difficile (voir plus loin) à cause de la géométrie compliquée de l'échantillon et des nombreux paramètres impliqués ( $R_{\square}$ ,  $\Gamma_S$ ,  $T$ ,  $\tau_{ee}$ ,  $\tau_{eph}$ ).

### 3.4 Doublement du bruit

Compte tenu de la géométrie de l'échantillon (deux contacts TiN/Si de résistance  $R_c$  en série avec une partie de silicium dopé de résistance  $R_{Si}$ ), le bruit total mesuré avec le SQUID s'écrit (cf. Chapitre 2) :

$$S_{I_{tot}} = 2S_c \frac{R_c^2}{(\Sigma R)^2} + S_{Si} \frac{R_{Si}^2}{(\Sigma R)^2} + S_r \frac{R_r^2}{(\Sigma R)^2} + S_{dispo}, \quad (3.5)$$

où  $S_c$  est le bruit d'un contact TiN/Si  $n^{++}$ ,  $S_{Si}$  le bruit de la partie de silicium dopé entre les deux contacts et  $\Sigma R = 2R_c + R_{Si} + R_r$ .

A polarisation nulle, toutes les résistances contribuent avec leur bruit thermique, ce qui nous permet de déterminer très précisément le bruit du dispositif,  $S_{dispo} = (1,8 pA)^2 / Hz$ .

Hors équilibre,  $R_c$  correspond à la résistance différentielle du contact. La principale incertitude dans ce régime vient de l'incertitude sur la température électronique dans la référence. Cette incertitude est minimisée, car  $R_c$  (de l'ordre de  $0,5 \Omega$ ) domine les deux autres résistances,  $R_r = 0,123 \Omega$ ,  $R_{Si} = 0,024 \frac{\Omega}{\mu m} L$ . En pratique, nous avons supposé que la température dans la référence augmente avec la tension de polarisation de la même façon que dans la mesure d'étalonnage (cf. la section 2.4.3). Si on suppose cependant que la température de la référence reste à la température de base, le changement de la valeur  $S_c$  déduite de l'équation (3.5) est seulement de 4,5 % à  $I = 25 \mu A$  et de 9 % à  $I = 100 \mu A$ .

La figure 3.6 montre la densité spectrale du bruit en fonction du courant pour un contact de l'échantillon A à différentes températures. A  $T = 50 mK$ , on observe une augmentation linéaire du bruit avec un changement de pente à environ  $30 \mu A$ . Pour des courants inférieurs à cette valeur, on trouve un bon ajustement théorique avec :

$$S_c = 4eI + \frac{4k_B T}{R_c(V=0)}. \quad (3.6)$$

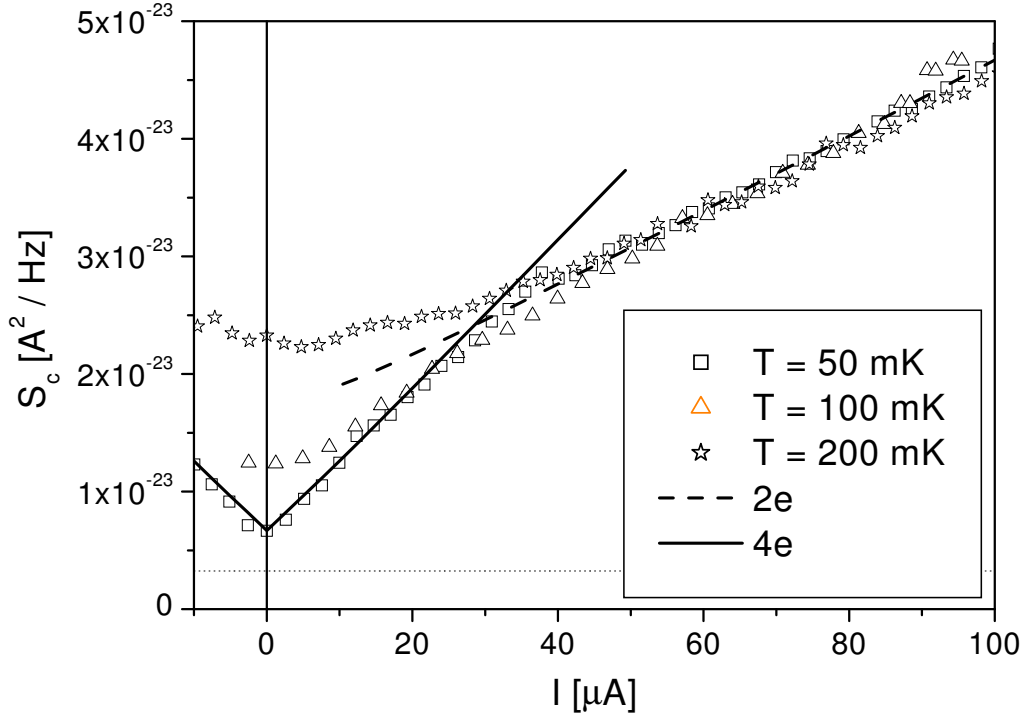


FIG. 3.6 – Densité spectrale de bruit en fonction du courant pour un contact TiN/Si  $n^{++}$  de l'échantillon A à différentes températures. A  $T = 50\text{ mK}$ , le bruit augmente de façon linéaire avec une pente de  $4e$  exprimant le fait que le courant est porté par des paires de charge. Le crossover vers une pente de  $2e$  autour de  $I = 30\text{ }\mu\text{A}$  indique que le courant est dominé par des quasiparticules pour des courants supérieurs à cette valeur. La ligne pointillée horizontale montre le niveau de bruit du dispositif,  $S_{dispo} = (1,8\text{ pA})^2/\text{Hz}$ .

Le premier terme,  $4eI$ , correspond au doublement du bruit Schottky, ce qui indique que le courant est véhiculé par le passage décorrélé de paires de charge à travers la barrière tunnel à l'interface. On observe le même comportement dans l'échantillon B, voir figure 3.7. Le deuxième terme dans l'équation (3.6) correspond au bruit Johnson-Nyquist à polarisation nulle. La contribution du bruit thermique augmente avec la température et, par conséquent, les courbes sont plus arrondies à  $100\text{ mK}$  et  $200\text{ mK}$ .

D'après la prédiction théorique et dans la limite où la résistance de la barrière  $R_B$  domine la résistance de la partie normale  $R_N$  (équation (1.60)), on attend un passage du bruit thermique vers le bruit de grenaille à  $eV \sim k_B T$ , ce qui correspond à  $V \approx 5\text{ }\mu\text{V}$  ( $11\text{ }\mu\text{A}$ ) à  $T = 50\text{ mK}$ . Nous n'avons pas observé un tel comportement pour  $T = 50\text{ mK}$  et attribuons ce fait à l'augmentation

de la température électronique des électrons dans le contact (voir plus loin). De même pour  $T = 100 \text{ mK}$  et  $200 \text{ mK}$ , le bruit thermique ne persiste que jusqu'à des valeurs de tension inférieures à  $eV \sim k_B T$ .

On peut se demander si la limite  $R_B \gg R_N$  est vraiment adaptée aux

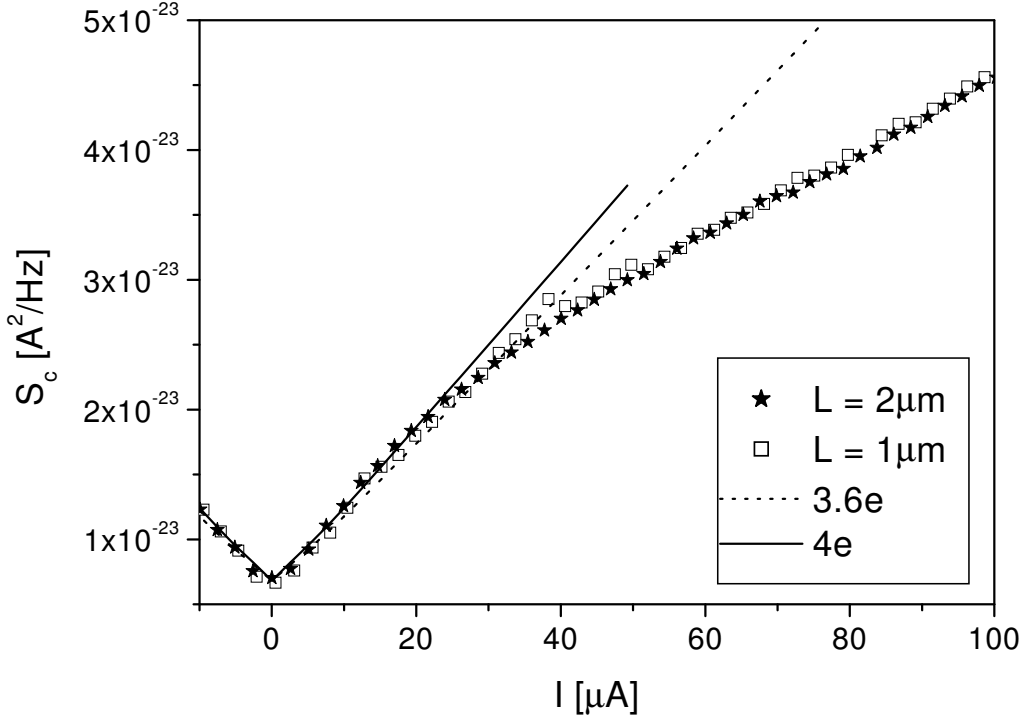


FIG. 3.7 – Comparaison du bruit dans l'échantillon A ( $L \times w = 1 \mu\text{m} \times 1 \text{mm}$ ) et dans l'échantillon B ( $L \times w = 2 \mu\text{m} \times 1 \text{mm}$ ) : le comportement est quasi-identique. Les deux droites montrent qu'il est difficile de distinguer entre un facteur de Fano de 2 et de 1,8.

échantillons étudiés, car la résistance du métal normal n'est pas tout à fait négligeable devant la résistance de la barrière. Autrement dit, est-ce qu'on s'attend à une pente de  $4e$  dans le régime du "reflectionless tunneling" ?

De Jong et Beenakker ont calculé le facteur de Fano à énergie nulle pour la transition entre les régimes tunnel et diffusif ([37], voir la section 1.4.3). Sur la figure 3.8, nous avons reporté les prédictions théoriques issues de leurs travaux, à la fois pour le facteur de Fano et la résistance  $R_{NS}$  à énergie nulle (normalisé par  $R_B$ ) en fonction du rapport des résistances  $R_N/R_B = TL_N/l_e$ . De ces deux graphes, nous allons extraire une estimation du facteur de Fano pour les échantillons A et B, malgré l'incertitude sur  $l_e$  et sur la longueur du métal normal  $L_N$ .

Nous savons que les jonctions étudiées ont une transparence de l'ordre de  $10^{-2}$  et que la résistance de la barrière domine la résistance du métal normal. Dans la limite  $T \ll 1$  (ligne pointillée) et  $\frac{R_N}{R_B} < 0,25$ ,  $\frac{R_{NS}}{R_B}$  se comporte comme  $1/x$  dans le graphe de gauche [18], c'est-à-dire  $\frac{R_{NS}}{R_B} = \frac{R_B}{R_N}$ . Dans un premier temps, nous déterminons la résistance  $R_{NS}(T=0)$  en extrapolant la caractéristique conductance-température (figure 3.3) vers  $T=0K$ . On obtient  $R_{NS}(T=0) = 0,375\Omega$ . De plus, à  $T=4,2K$ , quand les effets de cohérence sont négligeables et le gap proche de zéro, on a  $R_c = R_N + R_B = 0,078\Omega$ . On obtient alors  $\frac{R_{NS}}{R_B} = \frac{R_B}{R_c - R_B}$  avec  $R_B$  comme seule variable. La solution de cette équation donne  $R_B = 0,066\Omega$ , d'où  $\frac{R_N}{R_B} \simeq 0,18$ . Cette valeur correspond dans le graphe de droite à un facteur de Fano  $F \approx 1,8$  (ligne en tiret).

Est-ce que les données sont compatibles avec un facteur de Fano de 1,8?

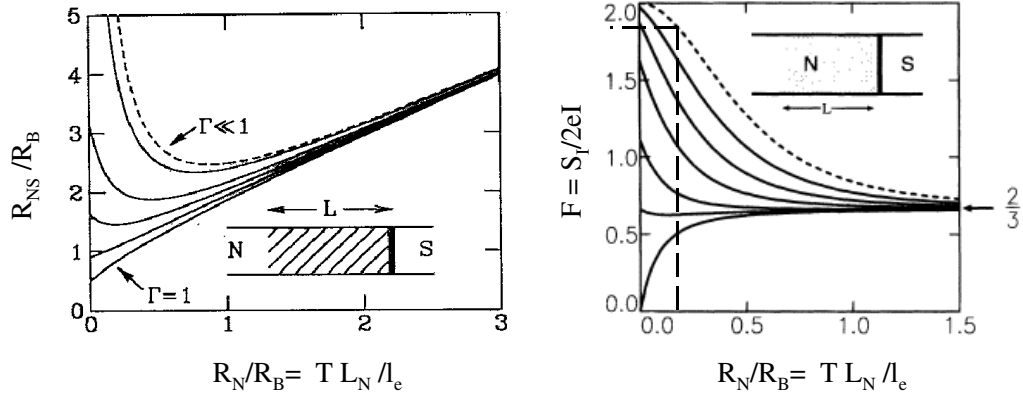


FIG. 3.8 – Résistance d'une jonction SIN (à gauche) et facteur de Fano (à droite) en fonction du rapport  $\frac{R_N}{R_B} = T L_N / l_e$  pour différentes transparences  $T$  de la barrière [18, 37]. Les échantillons A et B sont dans la limite  $T \ll 1$  (lignes pointillées) avec un rapport  $T L_N / l_e \approx 0,18$ . Les symboles  $\Gamma$  et  $L$  dans les graphes correspondent à  $T$  et  $L_N$  dans notre notation.

La figure 3.7 montre une droite de pente  $3,6e$  à côté de la droite de pente  $4e$ . Nous constatons que l'incertitude sur les valeurs mesurées, correspondant à peu près à la largeur des points dans cet intervalle de courant, ne permet pas de dire quel ajustement est le mieux adapté.

Considérons maintenant l'intervalle de courant supérieur à  $30\mu A$ . La droite ajustée

$$S_I = \frac{2}{R}(eV + 0,022 meV) = 2eI + \frac{0,044 meV}{R}, \quad (3.7)$$

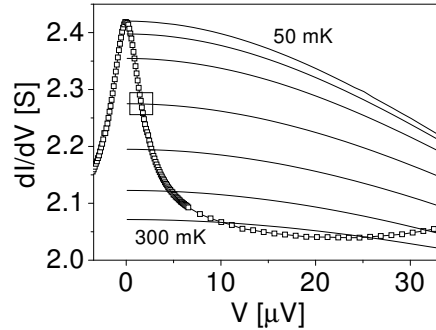
possède une pente de  $2e$ , c'est-à-dire qu'on observe un bruit de grenaille de quasiparticules de charge  $e$ . Au premier regard, ce résultat est surprenant car, pour une jonction SIN parfaite, seuls les processus d'Andreev permettent le transport du courant à travers la barrière tant que  $T < T_c$  et  $eV < \Delta$ . Les mesures de bruit montrent cependant très clairement, que le courant de quasiparticules domine le transport électrique pour  $V \gtrsim 15 \mu V$ , valeur beaucoup plus petite que le gap ( $\Delta \approx 0,2 meV$ ).

Dans les mesures de conductance, nous avons observé une forte augmentation de  $G(V)$  pour  $V > 20 \mu V$ . Nous pouvons maintenant conclure que cette augmentation est due à une large contribution de quasiparticules au courant. Deux facteurs sont à l'origine de ce courant de quasiparticules : le désordre et la barrière Schottky inhomogène à l'interface, ce qui s'exprime par le gap réduit et le grand paramètre de Dynes  $\Gamma_S$ , nécessaire dans les ajustements théoriques pour les courbes de conductances, ainsi qu'une augmentation de la température électronique à laquelle nous nous intéressons maintenant.

#### Considérations concernant la température électronique

L'augmentation du bruit en courant en fonction de la tension, comme observée dans notre expérience, peut avoir deux origines différentes : le bruit de grenaille lié au passage de (paires de) charges à travers la barrière et/ou l'augmentation de la température électronique. Il nous est difficile de faire la différence entre les deux contributions. L'augmentation linéaire avec les pentes  $4e$  et  $2e$  est une indication forte que le bruit observé est lié au bruit de grenaille des charges  $2e$  et  $e$ . L'absence d'un plateau correspondant au bruit thermique et le changement de pente à une énergie  $eV \ll \Delta$  sont cependant des signes pour une augmentation de la température électronique. Une estimation de la température effective des électrons peut être déduite en

FIG. 3.9 – Faisceau de courbes  $G(V)$  selon la théorie quasi-classique pour différentes températures (de haut en bas :  $T = 50, 70, 100, 150, 200, 300 mK$ ) et les données expérimentales de la figure 3.5. Les intersections donnent une estimation pour la température électronique en fonction de la tension.



cherchant les intersections entre les prédictions de la théorie quasi-classique



à différentes températures et la caractéristique  $G(V)$  mesurée [118]. En procédant de cette manière (figure 3.9), on obtient l'évolution de la température électronique  $T_{qc}$  en fonction de la tension.

Nous pouvons maintenant utiliser cette dépendance  $T_{qc}(V)$  pour calculer la

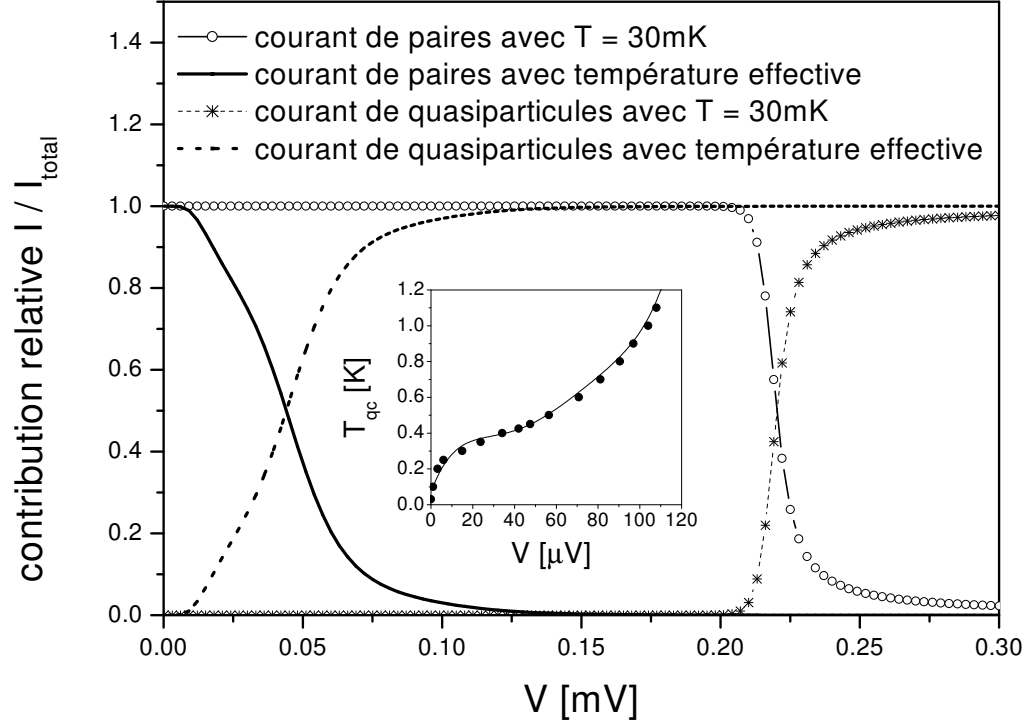


FIG. 3.10 – Influence d'une augmentation de la température électronique avec la tension de polarisation sur le passage d'un courant porté par des quasiparticules vers un courant de paires. Insert : température effective des quasiparticules obtenue par la théorie quasi-classique (cercles) et un ajustement en polynôme d'ordre 5 pour en rendre compte.

contribution du courant de quasiparticules et de paires au courant total dans la jonction dans le cadre de la théorie quasi-classique. La figure 3.10 montre les contributions relatives des deux composantes<sup>4</sup>, en supposant une température de base fixée à  $30\text{ mK}$  (courbes de droite) et en supposant une augmentation de la température électronique selon  $T_{qc}(V)$  (courbes de gauche). Pour la température de base fixe, le passage d'un courant de paires vers un courant de quasiparticules a lieu au gap ( $\Delta \approx 0,22\text{ meV}$ ). En revanche, pour

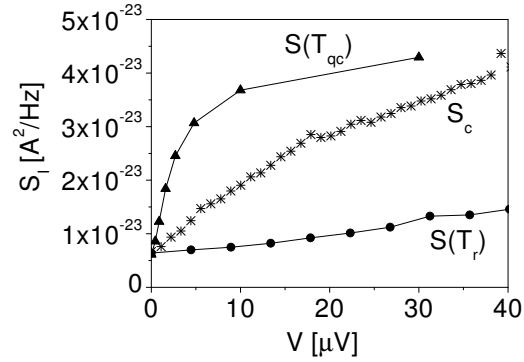
<sup>4</sup>pour cette figure, les données expérimentales proviennent des mesures effectuées par D. Quirion [118]

une température électronique dépendante de la tension, on constate un décalage net de ce passage vers une tension bien inférieure au gap, ce qui confirme notre observation expérimentale.

Est-ce que l'évolution de la température électronique donnée par  $T_{qc}(V)$  est réaliste ?

La comparaison avec le bruit mesuré montre que  $T_{qc}(V)$  surestime la température réelle. En effet, le bruit thermique  $S(T_{qc}) = 4k_B T_{qc}/R_c$  associé à la température  $T_{qc}(V)$ , représentée par les triangles dans la figure 3.11, est même supérieur au bruit du contact mesuré. Pour comparaison, nous avons également tracé le bruit thermique  $S(T_r) = 4k_B T_r/R_c$  dans le contact, supposant que la température électronique est identique à la température  $T_r(V)$  des électrons dans la référence lors de la mesure d'étalonnage (cf. la section 2.4.3). Nous pouvons en conclure que l'ajustement, qui consiste à comparer la ca-

FIG. 3.11 – Le bruit d'un contact de l'échantillon A en comparaison au bruit thermique  $S(T_{qc})$  supposant que la température électronique du contact évolue selon la température  $T_{qc}(V)$  déduite du modèle quasi-classique et au bruit thermique  $S(T_r)$  supposant que la température est identique à la température des électrons  $T_r(V)$  dans la référence.



ractéristique  $G(V)$  mesurée avec  $G(V, T_{qc}(V))$  dans le modèle quasi-classique, est quantitativement difficile à réaliser dans notre géométrie. Néanmoins, il nous a permis de comprendre qualitativement qu'une augmentation de la température électronique peut décaler le passage du courant porté par des paires vers le courant de quasiparticules.

### 3.5 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons rapporté la première observation d'un doublement du bruit Schottky  $S_I = 4eI$  dans une jonction SIN. Ce bruit est généré par le passage décorrélé de paires de charges à travers la barrière de potentiel à l'interface. En se basant sur ce résultat, nous pouvons expliquer

l'augmentation de la conductance, observée à basse température et faible tension dans les jonctions TiN/Si<sup>++</sup>, par un courant de paires qui est renforcé du à la rétro-diffusion cohérente de quasiparticules par le désordre sous l'interface. L'analyse quantitative de cet effet, le “reflectionless tunneling”, et du changement du bruit de  $4eI$  vers  $2eI$  à tension finie due à un courant de quasiparticules important, s'est avérée difficile car les paramètres intrinsèques de la jonction TiN/Si<sup>++</sup> sont mal connus. Il sera donc souhaitable de mesurer le bruit dans un système modèle pour le “reflectionless tunneling”, à savoir une structure métallique à double barrière SININ, que nous avons déjà réussie à fabriquer et caractérisée en conductance [117].

# Chapitre 4

## Technologie salle blanche

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons les procédés de salle blanche utilisés pour l'élaboration des jonctions SNS, dont les résultats de mesures de bruit seront discutés dans le prochain chapitre.

Les propriétés du transport électronique dans les jonctions SNS varient fortement avec la longueur  $L$  de la partie normale (cf. la section 1.5). On peut notamment observer, d'un côté, un régime de transport cohérent dans des jonctions pour lesquelles  $L$  est plus petite que la longueur de cohérence d'une paire d'Andreev  $L_\epsilon$  et, à l'opposé, un régime incohérent dans des jonctions avec  $L > L_\epsilon$ . Afin d'avoir accès à ces différents régimes, nous avons fabriqué deux séries de jonctions de longueurs très différentes. La première série a des longueurs bien supérieures au micromètre. Ces jonctions, par la suite appelées jonctions longues, ont été élaborées au Laboratoire de Cryophysique grâce à la plate-forme technologique PROMES du DRFMC. Une deuxième série de jonctions beaucoup plus courtes ( $L$  entre 400 et 850 nm) ont été fabriquées avec Bernard Pannetier au CNRS/CRTBT Grenoble dans la salle blanche Nanofab. Les dimensions des jonctions ont aussi déterminé la technique de fabrication, notamment en ce qui concerne la lithographie. La géométrie des jonctions de la première série a été définie à l'aide de la lithographie optique, alors que les jonctions courtes ont nécessité une lithographie électronique.

### 4.2 Choix des matériaux

Un des objectifs initiaux de l'étude des jonctions SNS était la mise en évidence de l'augmentation linéaire du bruit en fonction de la tension de pola-

risation dans le régime de transport incohérent sans interactions inélastiques (cf. section 1.5.3, régime “sans collisions”). Dans ce régime, les quasiparticules de la partie normale de la jonction subissent des réflexions d’Andreev multiples (MAR) jusqu’à ce que leur énergie soit supérieure au gap. Le nombre de MAR,  $N = 2\Delta/eV$ , détermine la longueur effective de la jonction parcourue par les quasiparticules :  $L_{eff} = (N + 1)L$ . Pour observer le régime “sans collisions”, il faut que cette longueur effective soit plus petite que la longueur d’interactions inélastiques, de telle façon que le processus de MAR ne soit pas interrompu. Il est alors avantageux d’utiliser un supraconducteur de petit gap pour avoir une faible longueur effective. Pour cette raison, nous avons choisi l’aluminium dont le gap est d’environ  $200 \mu eV$ .

Un deuxième point crucial est la qualité d’interface entre les réservoirs supraconducteurs et la partie normale de la jonction. Pour assurer qu’un maximum de quasiparticules soit réfléchi par réflexion d’Andreev et non pas spéculairement, il faut éviter qu’une barrière se forme à l’interface. Pour cette raison, nous avons choisi un métal normal, le cuivre, qui se trouve dans le même groupe de dépôt que l’aluminium, afin de pouvoir déposer les deux matériaux in-situ, c’est-à-dire sans avoir besoin d’ouvrir le groupe. De plus, nous avons déjà acquis une bonne maîtrise du dépôt de ce matériau pendant mon Diplomarbeit [63].

### 4.3 Élaboration des jonctions longues

#### 4.3.1 Dépôt des matériaux - Pulvérisation cathodique

Le dépôt de l’aluminium et du cuivre a été effectué dans un groupe de pulvérisation cathodique DC Alcatel. Le vide limite qu’on obtient dans l’enceinte du dépôt est de  $10^{-7} mbar$ . Dans le cas de la pulvérisation DC, la cible est portée à un potentiel négatif (cathode) et le porte substrat à la masse (anode). Le champ électrique créé entre les deux électrodes provoque l’ionisation du gaz inerte (dans notre cas l’argon) introduit dans l’enceinte. Les ions accélérés frappent la cible et arrachent les atomes qui se condensent sur le substrat. Dans le groupe, la cathode est munie d’un magnétron qui crée un champ magnétique intense parallèle à la cible et perpendiculaire au champ électrique des électrodes. De cette façon, les électrons secondaires résultant des chocs ions - cible sont piégés près de la cible. Par conséquent, le nombre d’ionisations est augmenté et le bombardement de la cible est intensifié d’où l’augmentation de la vitesse du dépôt d’une part et la minimisation de l’échauffement du substrat par les électrons secondaires d’autre part. Le groupe permet de faire un décapage du substrat pour améliorer l’adhé-

rence des couches ou retirer l'oxyde formé à la surface d'une couche métallique. Dans ce cas, le substrat est relié à une alimentation radio-fréquence (13,56 MHz) et on crée un plasma entre le substrat et un cache. De plus, avant chaque dépôt, nous faisons un prédépôt qui a pour but de mettre la cible en température et de la nettoyer. C'est seulement à l'issue de cette dernière opération que le cache est déplacé et que le dépôt commence.

Un groupe de pulvérisation cathodique AC, Alcatel Puma 400, était à notre disposition pour le dépôt de Au, Ti et SiO<sub>2</sub>, avec un vide limite dans l'enceinte de  $5 \cdot 10^{-7}$  mbar. Dans le cas de la pulvérisation AC, la différence de mobilité entre les électrons et les ions du gaz inerte dans le champ électrique haute fréquence conduit à un potentiel effectif négatif à la cible. Cette méthode permet le dépôt d'isolants et de métaux pour lesquels on utilise un couplage capacitif des cibles. Nous nous sommes servis de ce groupe pour le dépôt de plots de contacts en Ti/Au (épaisseurs 10 nm et 120 nm) qui facilite la prise de contact avec les fils d'or par soudure ultrasons.

Les paramètres de dépôt sont résumés dans le tableau 4.1.

TAB. 4.1 – Paramètres de dépôt pour les différents métaux

Matériau	Pression d'argon [mbar]	Puissance [W/cm <sup>2</sup> ]	vitesse de dépôt [nm/min]
Al	$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,38	30
Cu	$3,3 \cdot 10^{-2}$	4,9	400
Au	$3 \cdot 10^{-2}$	1,7	6
Ti	$1 \cdot 10^{-2}$	1,7	13

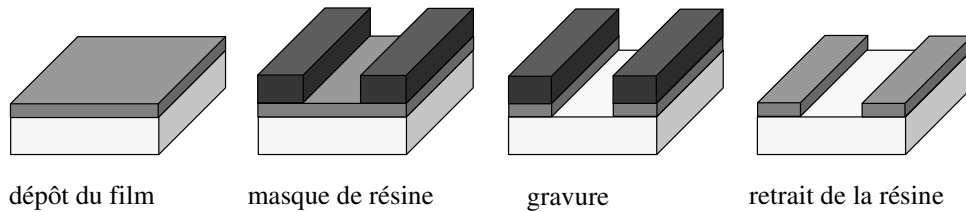
[1mbar  $\equiv$  100Pa]

#### 4.3.2 Définition de motifs dans les couches minces

Pour définir des motifs dans les couches minces métalliques, nous avons utilisé deux techniques différentes, la lithogravure et le lift-off, cf. la figure 4.1. Dans le premier procédé, on dépose d'abord le film mince sur toute la surface du substrat. Ensuite, on définit avec une résine le motif souhaité. On peut ainsi graver les zones non-protégées et obtenir, après avoir retiré la résine, la structure préalablement définie.

Dans le procédé de lift-off, on commence par définir le négatif de la structure souhaitée à l'aide de la résine, on dépose ensuite la couche mince et on enlève les parties non-souhaitées en dissolvant la résine.

### Lithogravure:



### Lift off:

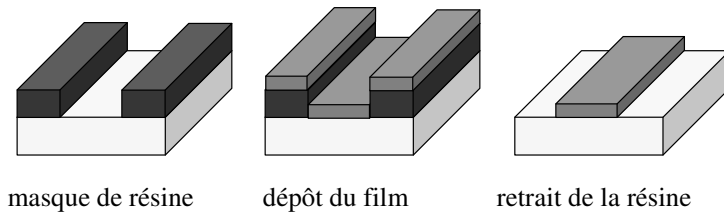


FIG. 4.1 – Deux techniques pour définir des structures dans une couche mince : la lithogravure et le lift-off.

## La lithographie optique

Avec l'insolateur Karl Süss MJB3 à lampe ultraviolette que nous avons utilisé pour la lithographie optique, on atteint une résolution d'environ  $1\ \mu\text{m}$ . La structure à définir est préalablement dessinée en chrome sur un masque en verre. Les étapes typiques pour une lithographie optique sont alors les suivantes :

- On étale la résine photosensible (dans notre cas : Hoechst AZ1512HS) à l'aide d'une tournette à 4000 tours/min pendant 50 s. Il en résulte une couche d'épaisseur d'environ  $1,2\ \mu\text{m}$ .
- Préchauffage à  $100^\circ\text{C}$  pendant 75 s pour densifier la résine et libérer les résidus du solvant.
- Insolation pendant 3,5 s à travers le masque. Dans les parties non-protégées par le chrome, la lumière casse des chaînes de polymères de la résine et les rend solubles dans le développeur.
- Développement : les parties insolées sont dissoutes grâce au développeur AZ developer (dilué 1 : 1 avec l'eau dé-ionisée). Le temps de développement est d'environ 30 s.

- Postchauffage à  $85^{\circ}\text{C}$  pendant  $90\text{ s}$  afin de densifier la résine avant l’attaque par un plasma lors de l’étape suivante (gravure ou dépôt d’une couche).

Il s’agit ici d’une lithographie positive, c’est-à-dire que les parties en chrome sur le masque correspondent aux parties de résine conservées après le développement.

Le choix entre la lithogravure et le lift-off dépend des matériaux et de la résine utilisés. Il faut se poser les questions suivantes : Quelles sont les méthodes de gravure sélectives disponibles ? Est-ce que la résine supporte la chaleur développée pendant le dépôt d’une couche pour un lift-off ? En expérimentant les différentes possibilités, il arrive qu’une étape du procédé, initialement prévue pour une lithogravure, se prête mieux pour un lift-off (ou inversement). Dans ce cas, on a besoin d’une lithographie négative qui inverse l’image définie avec la résine par rapport au motif en chrome sur le masque. Nous avons utilisé la résine AZ5214E (Hoechst) pour ces lithographies négatives. Elle contient un “crosslink-agent” qui devient actif pour des températures au dessus de  $110^{\circ}\text{C}$  dans les domaines déjà insolés et qui les rend insolubles dans le développeur. Avec le procédé suivant, on obtient alors une image négative du motif sur le masque :

- On étale la résine AZ5214E à 4000 tours/min pendant  $50\text{ s}$ . Il en résulte une couche d’épaisseur d’environ  $1,4\text{ }\mu\text{m}$ .
- Préchauffage à  $100^{\circ}\text{C}$  pendant  $50\text{ s}$ .
- Insolation pendant  $1,8\text{ s}$  à travers le masque.
- Chauffage d’inversion à  $125^{\circ}\text{C}$  pendant  $120\text{ s}$ . De cette façon, on active le “crosslink-agent” dans les zones insolées auparavant.
- Insolation sans masque pendant  $3,5\text{ s}$ .
- Développement dans AZ developer (dilué 1 :1 avec l’eau dé-ionisée) pendant environ  $60\text{ s}$
- Postchauffage à  $120^{\circ}\text{C}$  pendant  $50\text{ s}$ .

Pour retirer la résine à la fin d’une lithogravure ou d’un lift-off, le substrat est plongé dans un bécher rempli d’acétone. Afin d’accélérer le processus de dissolution de la résine, on peut mettre le bécher dans un bain ultrasons.

#### Méthodes de gravure

Le choix de la méthode de gravure dépend de sa sélectivité concernant le matériau, la résine et le substrat, ainsi que de l’anisotropie de l’attaque souhaitée. On distingue la gravure humide et la gravure sèche.

Pendant la gravure humide, le substrat est mis dans une solution chimique. L’attaque est isotrope et, par conséquent, des zones sous le masque de résine sont également gravées. La gravure latérale se produit de chaque côté de la



structure et sur une distance qui correspond au moins à l'épaisseur de la couche à graver. Cependant, il faut souvent compter un multiple de celle-ci, car l'épaisseur d'une couche varie sur le substrat et une surgravure ne peut pas être évitée. En pratique, nous avons pu utiliser la gravure humide seulement pour des rapports dimensions latérales/épaisseur supérieure à 10. L'avantage de la gravure humide est sa grande sélectivité, si on choisit une solution chimique adéquate.

La gravure sèche est basée sur le bombardement avec des ions. Pour cette raison, elle est naturellement anisotrope et adaptée à la gravure d'échantillons de très petite taille. Son inconvénient est la faible sélectivité. Le principe de fonctionnement du groupe de gravure utilisé est le suivant : on produit des électrons libres par émission thermique d'une cathode de tungstène qui ionisent des atomes d'argon. Les ions sont accélérés par une série de trois grilles de potentiel modulable et sont neutralisés avant d'entrer dans la chambre d'usinage. Les atomes d'argon accélérés frappent le substrat et arrachent les atomes de la couche à graver. Le substrat se trouve sur un support en rotation dont l'angle  $\alpha$  avec le faisceau peut être choisi entre 0 (faisceau frontal) et  $90^\circ$  (faisceau tangentiel). La vitesse de gravure dépend de cet angle  $\alpha$ , de la pression d'argon  $p_{Ar}$ , de la densité de courant  $J$  et de la tension d'accélération  $V$  des ions. Pour des conditions de travail  $p_{Ar} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$ ,  $J = 0,4 \text{ mA/cm}^2$  et  $V = 400 \text{ V}$ , les vitesses de gravure sont résumées dans le tableau 4.2.

TAB. 4.2 – Paramètre de la gravure par bombardement ionique

Matériau	Angle d'usinage $\alpha$	Vitesse de gravure [nm/min]
Cu	$0^\circ$	23
	$45^\circ$	40
Al	$45^\circ$	28
Résine	$0..45^\circ$	20..50

### 4.3.3 Étapes de fabrication

Les substrats utilisés pour la fabrication des échantillons sont en Si et de diamètre 3 pouces. L'épaisseur est de  $380 \mu\text{m}$  dont  $0,6 \mu\text{m}$  sont oxydés à la surface. Avant l'utilisation, le substrat est nettoyé dans un bain ultrasons, d'abord dans l'acétone et ensuite dans l'isopropanol. Le premier dépôt est précédé d'un décapage du substrat qui enlève les premières couches atomiques.

Pour l'élaboration des jonctions SNS longues, nous avons prévu deux niveaux de masques. Un premier niveau correspond à la définition de la partie normale de la jonction et un deuxième à la définition des réservoirs supraconducteurs. Naturellement, on commencerait par le dépôt de la partie normale et rajouterait ensuite les réservoirs. Nous avons cependant rencontré différents problèmes technologiques qui nous ont forcés d'inverser l'ordre des deux étapes et qui seront discutés brièvement par la suite.

**Adhérence des couches.** Alors que les couches de Cu et d'Al déposées seules montrent une adhérence correcte sur le substrat en  $\text{SiO}_2$ , les bicouches Cu/Al posent plus de problèmes. Il existe des contraintes dans ces bicouches qui font qu'elles s'enlèvent facilement lors des étapes de lithographie, notamment dans le développeur, ou l'acétone. Un changement de substrat (Si non-oxydé) n'a pas amélioré la situation. Nous expérimentons maintenant l'utilisation d'une couche d'adhérence, par exemple une fine couche d'Al oxydé. En attendant, nous avons inversé l'ordre de dépôt car les bicouches Al/Cu adhèrent mieux.

**Qualité d'interface.** Dans un premier temps, nous avons déposé les matériaux en deux étapes séparées : dépôt d'Al - gravure - dépôt de Cu. Il s'est cependant avéré que la puissance disponible dans le groupe de dépôt n'était pas suffisante pour décaper la couche d'alumine formée à la surface de l'Al lors de la mise à l'air. Par conséquent, les jonctions Al/Cu ainsi fabriquées possédaient une barrière à l'interface.

Pour résoudre ce problème, nous déposons maintenant toujours une bicouche Al/Cu in-situ, ce qui permet de reprendre le contact sur le Cu. En effet, le décapage du Cu demande une puissance beaucoup moins élevée.

**Murs de résine.** Les résines utilisées se durcissent sous l'effet de la chaleur créée par un plasma (par exemple lors d'un dépôt) ou par un bombardement ionique. Par conséquent, elles sont moins faciles à retirer dans le bain d'acétone et des murs de résine restent collés sur les flancs des couches. Étant donné que les épaisseurs des résines ( $\approx 1\ \mu\text{m}$ ) excèdent de beaucoup les épaisseurs des couches déposées (une centaine de  $\text{nm}$ ), ces murs de résine risquent de couper une couche déposée lors de l'étape suivante et ainsi de détériorer le contact électrique. Il est donc préférable d'utiliser la gravure humide lors de la première étape de fabrication, si la taille des dispositifs le permet.

Les conclusions, tirées des problèmes rencontrés lors de l'élaboration des jonctions, ont finalement abouti au procédé de fabrication suivant :

- 1.) Définition des réservoirs en lithogravure
  - Décapage du substrat à 50W pendant 5 minutes
  - Dépôt d'une bicouche Al (130nm)/ Cu (30nm)
  - Lithographie pour définir la géométrie des réservoirs
  - Gravure : bombardement ionique pour enlever le Cu et gravure humide (NaOH 50%) pour enlever l'Al
  - Retrait de la résine dans l'acétone
- 2.) Définition de la partie normale en lift-off
  - Lithographie pour définir la géométrie de la partie normale
  - Décapage de l'oxyde de Cu à 20W pendant 2 minutes
  - Dépôt<sup>1</sup> du Cu (130 nm)
  - lift-off dans l'acétone
  - toute la plaque est gravée une fois de plus par bombardement ionique afin de retirer le Cu qui reste de la bicouche sur les réservoirs ; la partie normale est alors gravée également et atteint une épaisseur finale de 90 nm

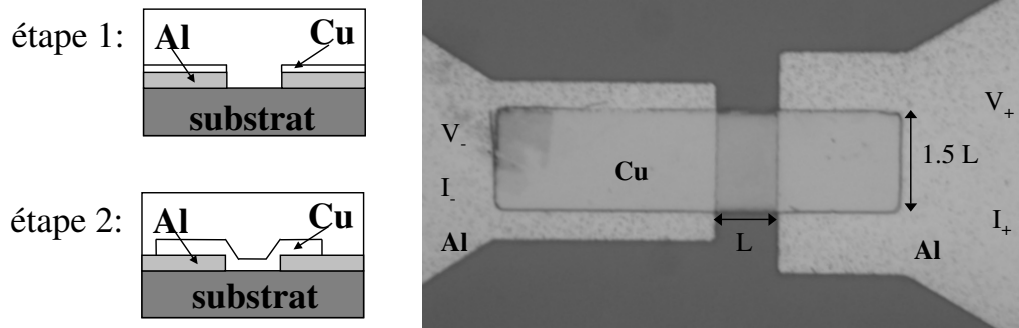


FIG. 4.2 – A gauche : Coupes schématiques des jonctions SNS longues après les étapes 1 et 2 de la fabrication (voir texte). A droite : Photographie d'une jonction de longueur  $L = 4 \mu m$  et de largeur  $w = 6 \mu m$ . Pour des jonctions de différentes longueurs, toutes les dimensions latérales varient proportionnellement à la longueur.

La figure 4.2 montre deux coupes schématiques de la structure à la fin des étapes de fabrication 1 et 2 et une photographie d'une jonction finie. Sur un même substrat se trouvent des jonctions de différentes dimensions latérales. Nous avons étudié des jonctions de longueurs  $L = 4, 10$  et  $60 \mu m$ . Les autres dimensions latérales varient proportionnellement à la longueur.

<sup>1</sup>la cible de cuivre a une pureté 6N, soit 99,9999%

## 4.4 Élaboration des jonctions courtes

Les jonctions d'une longueur inférieure au micromètre ont été fabriquées avec Bernard Pannetier au CNRS/CRTBT Grenoble par un procédé lift-off. En utilisant des masques suspendus de résine et la technique de l'évaporation sous angle, nous avons élaboré des jonctions Al/Cu/Al avec de bonnes interfaces. Les deux étapes principales, la lithographie électronique et l'évaporation sous angle avec un canon à électron, seront brièvement décrites dans cette section.

### 4.4.1 Lithographie électronique

Lors d'une première étape, nous avons défini un masque suspendu de résine à l'aide de la lithographie électronique sur un substrat de Si. Nous avons utilisé une bicouche de résine électrosensible PMMA (PolyMéthylMétaAcrylate) et copolymère PMMA/MAA (MétaAcrylateAcide). La couche supérieure, le PMMA, a une épaisseur de  $0,2\ \mu\text{m}$ . C'est une résine à haute résolution. La couche inférieure est beaucoup plus épaisse (environ  $0,8\ \mu\text{m}$ ) et plus sensible à l'insolation électronique afin d'obtenir le profil suspendu.

Pour l'insolation, nous nous sommes servis d'un microscope électronique à

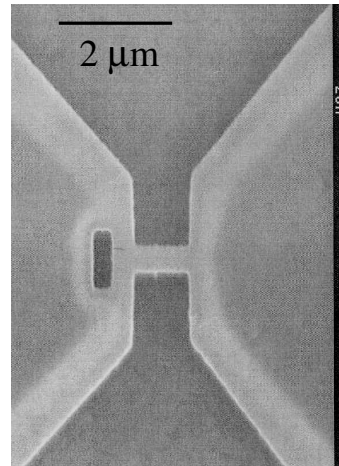


FIG. 4.3 – Vue d'un masque suspendu utilisé pour la fabrication des jonctions SNS courtes. Les zones claires aux bords du masque indiquent la surgravure du copolymère.

balayage (MEB), Cambridge S240. L'échantillon est insolé dans un champ de  $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$  avec une résolution de  $4096 \times 4096$  points. La dose nécessaire à l'insolation de la résine est d'environ  $100\ \mu\text{C}/\text{cm}^2$ . En pratique, on définit le motif plusieurs fois sur le même substrat en variant la dose en pas de 20%. Une deuxième insolation dans un champ plus grand ( $1000\ \mu\text{m} \times 1000\ \mu\text{m}$ ) a été effectuée pour définir des plots de contact.

Les résines insolées sont dissoutes pendant 30 s dans le solvant Methyl-IsoButyl-Kétone (MIBK) dilué dans un rapport 1 pour 3 avec l'alcool Iso-Propylique (IPA). Pour stopper le développement, l'échantillon est rincé dans l'IPA. Ensuite, un deuxième développement dans un mélange Ethanol :IPA (2 :1) est effectué pendant 30s pour forcer le surdéveloppement du copolymère. La figure 4.3 montre une image MEB de la partie centrale du masque de résine.

### 4.4.2 Évaporation par canon à électrons

Les couches de cuivre et d'aluminium ont été déposées par canon à électrons dans un bâti à Ultra-Haut-Vide (Riber), qui atteint un vide limite meilleur que  $10^{-9}$  mbar. Un faisceau d'électrons, produit par un filament, est focalisé par un champ magnétique au centre de la cible métallique. L'évaporation du métal est directive ce qui permet un dépôt sous différents angles en tournant le porte substrat. A l'aide des masques suspendus, on peut alors déposer la partie normale de la jonction et les réservoirs supraconducteurs sans ouvrir la chambre de dépôt.

Pour une meilleur adhérence des couches, nous avons procédé à un nettoyage ionique avant le début du dépôt. Ce nettoyage s'effectue dans le SAS du bâti sous une pression de quelques  $10^{-4}$  mbar d'argon pendant 20 s.

Le dépôt du cuivre<sup>2</sup> et de l'aluminium se fait avec des vitesses de 0,5 et 1 nm/s, mesurées avec un système à quartz vibrant. Dans un premier temps, nous avons déposé 50 nm de Cu sous l'angle  $\alpha_1$  et ensuite 480 nm d'Al sous l'angle  $\alpha_2$ , voir la figure 4.4<sup>3</sup>. Les angles d'évaporation ont évolué au cours de la fabrication de différentes séries d'échantillons afin de centrer au mieux le pont de Cu par rapport aux réservoirs. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour  $\alpha_1 = 45^\circ$  et  $\alpha_2 = -17^\circ$ . Le temps entre l'évaporation des deux métaux est de l'ordre de la minute, temps pour changer la cible et la préchauffer. De cette façon, on assure un très bon contact métallique entre les deux couches, sans barrières d'oxyde.

Le procédé de lift-off se finit par la dissolution de la résine dans un bain d'acétone à 50 °C pendant une dizaine de minutes.

La figure 4.5 présente une image MEB d'une jonction typique, enregistrée avec une inclinaison du substrat de 30°. On voit les deux réservoirs d'Al très épais et le pont de Cu au milieu. A droite et à gauche de la jonction, les structures parasites de l'évaporation sous angle sont visibles.

---

<sup>2</sup>la cible de cuivre a une pureté 5N

<sup>3</sup>les épaisseurs données sont les valeurs effectives, c'est-à-dire après correction de l'angle par rapport à la mesure avec le quartz ; pour certains échantillons, nous avons déposé une fine couche (20 nm) de Cu avant le dépôt d'Al

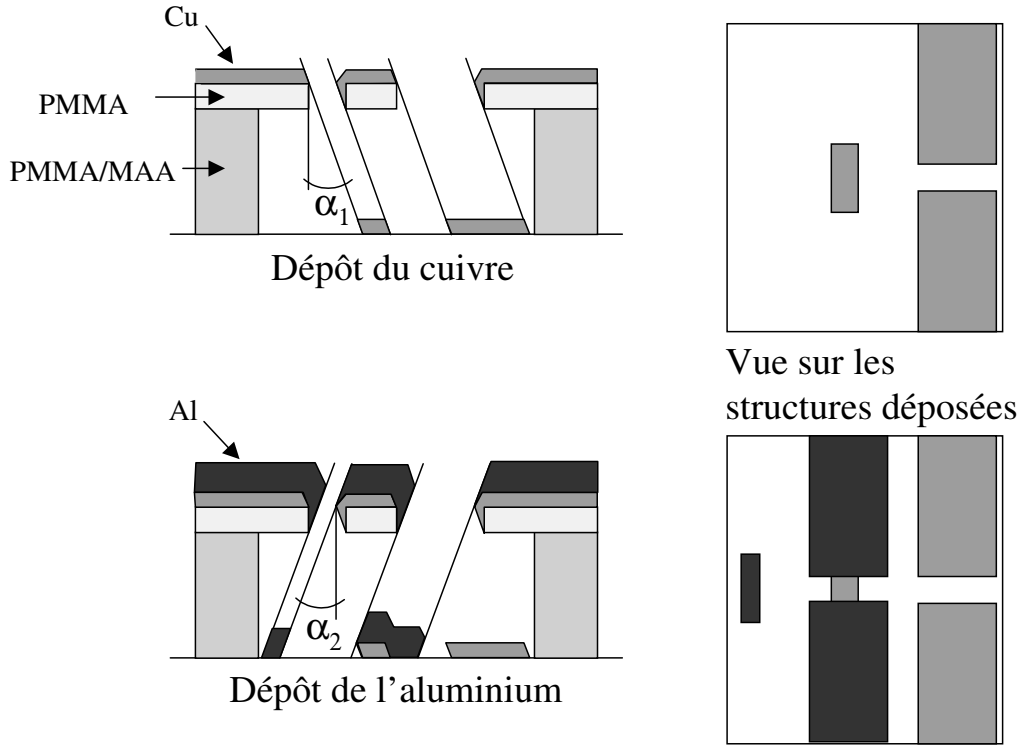
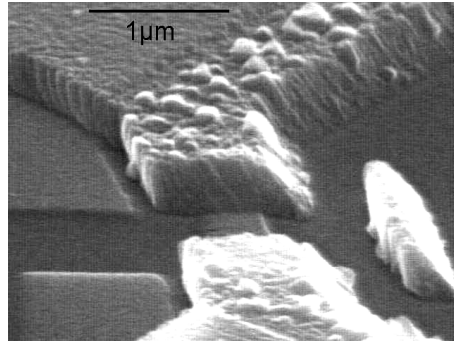


FIG. 4.4 – Schéma de principe pour l'évaporation sous angle. Dans une première étape, la couche de cuivre est évaporée sous l'angle  $\alpha_1$ . Ensuite, le porte échantillon est tourné de telle façon que la couche d'Al, évaporée sous l'angle  $\alpha_2$ , soit en contact avec le cuivre. A droite, une vue sur les motifs déposés est schématisée.

FIG. 4.5 – Image MEB d'une jonction SNS courte, avec une inclinaison du substrat de  $30^\circ$ . Les directions d'évaporation des deux matériaux sont inversées par rapport au schéma de la figure 4.4.



La taille des jonctions élaborées varie entre 400 et 850 *nm* pour la longueur et entre 200 et 600 *nm* pour la largeur.



# Chapitre 5

## Bruit dans les jonctions SNS

### 5.1 Introduction

Un des objectifs initiaux de l'étude des jonctions SNS était la mise en évidence de l'augmentation du bruit de grenaille en fonction de la tension de polarisation dans le régime des réflexions d'Andreev multiples *incohérentes*, prédite par la théorie [99, 21]. Nous avons tout d'abord commencé nos expériences avec une série de jonctions suffisamment longues pour que l'effet de proximité soit le plus petit possible ( $L_V, L_T \ll L$ ). Nous verrons également que les mesures de bruit dans ces jonctions longues nous donnent accès aux longueurs d'interactions inélastiques. En effet, à faible tension, les électrons sont en forte interaction et le bruit est déterminé par la température effective du gaz d'électrons (cf. la section 1.5.3).

Nous avons ensuite élaboré des jonctions beaucoup plus courtes, ce qui nous a permis d'observer une transition "mésoscopique" entre un régime de transport cohérent à faible tension de polarisation et un régime incohérent à forte tension (voir la note 33 dans le chapitre 1). Ces résultats sont discutés dans la deuxième partie de ce chapitre.

### 5.2 Les jonctions SNS longues

Les résultats rapportés dans cette section concernent des jonctions Al/Cu/Al de longueurs différentes :  $L = 4, 10$  et  $60 \mu m$  ( $L$  représente la longueur du métal normal). La fabrication des échantillons a été présentée au chapitre précédent (section 4.3, photographie 4.2) et nous résumons les paramètres dans le tableau 5.1.

Tous ces échantillons proviennent d'une même plaque ce qui assure des conditions de dépôt identiques, notamment en ce qui concerne l'interface.



TAB. 5.1 – Paramètres des jonctions SNS longues

échantillon	longueur L [ $\mu m$ ]	largeur w [ $\mu m$ ]	$R(T = 30\text{ mK})$ [ $\Omega$ ]	$R(T = 700\text{ mK})$ [ $\Omega$ ]
4a	4	6	0,61	0,62
4b	4	6	0,68	0,67
10	10	15	0,68	0,68
60	60	90	0,59	0,60

L'épaisseur de la partie normale en cuivre vaut  $t = 90\text{ nm}$ , à des variations de quelques % près, dues à des dépôts ou des gravures pas tout à fait uniformes. Toutes les dimensions latérales des jonctions varient avec la longueur dans un rapport largeur/longueur constant,  $w/L = 3/2$ . En revanche, les surfaces de recouvrement entre l'aluminium et le cuivre au niveau des réservoirs sont très différentes : 130, 825 et  $3 \cdot 10^4 \mu m^2$  pour les jonctions 4, 10 et 60 respectivement. Le fait que la valeur des résistances des échantillons (voir tableau 5.1) est pratiquement identique,  $R \approx 0,65 \Omega$ , et indépendante de la longueur, signifie que la résistance est déterminée par la partie centrale en cuivre et non pas par des barrières aux interfaces SN. Nous pouvons en déduire la constante de diffusion du cuivre :

$$D = (e^2 \nu_F t R_{\square})^{-1} \simeq 30\text{ cm}^2\text{s}^{-1}, \quad (5.1)$$

où la résistance par carré  $R_{\square} = 0.65 \Omega w/L = 0.98 \Omega$  et la densité d'états au niveau de Fermi  $\nu_F = 1,56 \cdot 10^{47}\text{ J}^{-1}\text{m}^{-3}$ .

Nous avons confirmé cette valeur en mesurant la résistance d'un méandre de 695 carrés de Cu en série, qui a été déposé sur la même plaque que les jonctions.

### 5.2.1 La réentrance de la résistance

La figure 5.1 présente la résistance de l'échantillon 4a en fonction de la température. On observe la transition des réservoirs en aluminium à  $T = 1,5\text{ K}$  (cf. insert) et la transition de la bicouche Al/Cu, formée dans les zones de recouvrement, autour de  $T = 1\text{ K}$ . Cette température de transition réduite est un autre signe pour une bonne interface entre l'aluminium et le cuivre.

À très basse température, le comportement de la résistance est non-monotone : la résistance diminue avec la température dans l'intervalle  $1\text{ K} \dots 0,3\text{ K}$  et augmente de nouveau pour des températures encore plus basses. Au premier

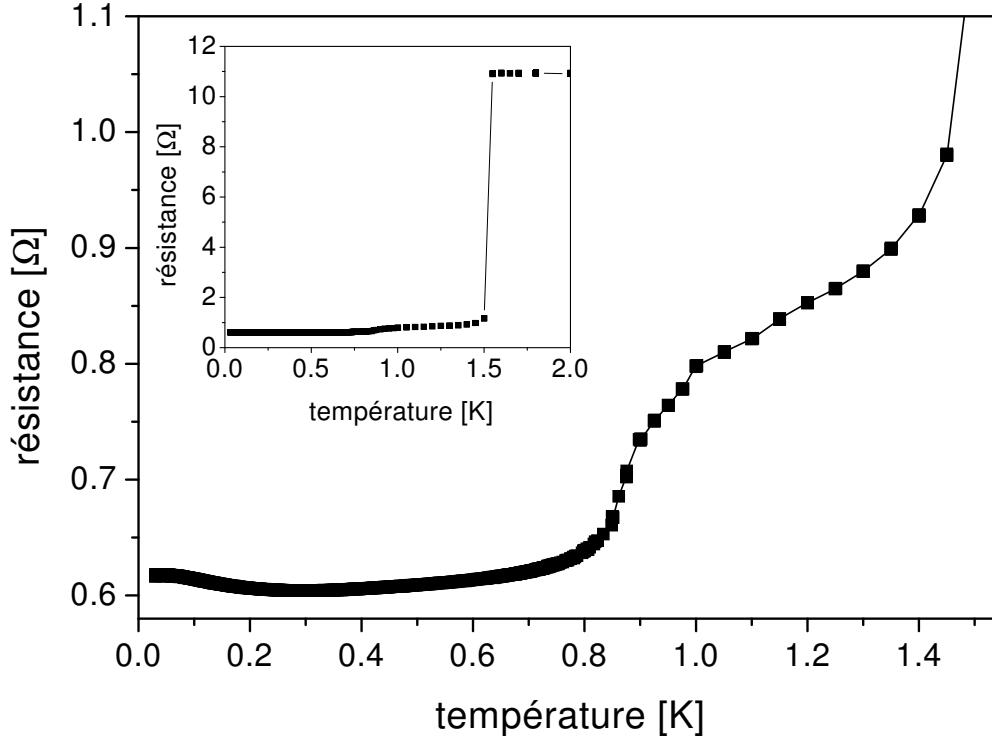


FIG. 5.1 – La résistance de l'échantillon 4a en fonction de la température. On observe la transition des réservoirs d'Al à 1,5 K (insert), la transition de la bicouche Al/Cu dans les zones de recouvrement à environ 1 K et la réentrance de la résistance à très basse température.

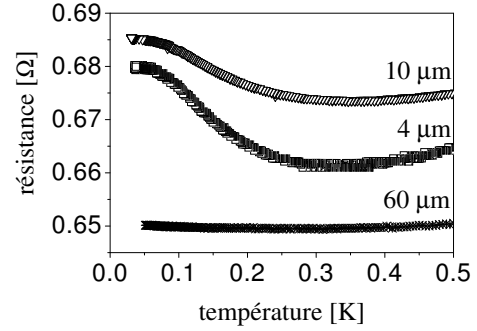
regard, il est étonnant d'observer ce comportement réentrant dans une jonction SNS. Ce phénomène est généralement observé dans des structures SNN, où un fil normal est connecté entre un réservoir supraconducteur et un réservoir normal, voir le chapitre 1. Or, les jonctions étudiées ne possèdent pas de réservoir normal. Dans ce cas, l'observation de la réentrance signifie que les deux interfaces SN sont connectées de façon incohérente. Autrement dit, la longueur  $L$  de la jonction est supérieure à la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$ . Par conséquent, même à faible tension et basse température, la cohérence des paires d'Andreev ne peut pas s'étendre sur la longueur de l'échantillon car elle est limitée par  $L_\phi$ .

Nous pouvons estimer  $L_\phi$  à partir de la température  $T_m$  pour laquelle la résistance est minimale. Cette température vaut 300 mK indépendamment de la longueur  $L$ , cf. la figure 5.2. Dans les structures SNN,  $T_m$  est de l'ordre de l'énergie de Thouless,  $E_{Th} = \hbar D/L^2$ , où  $L$  est la longueur de l'échan-

tillon. Dans le cas  $L > L_\phi$ , il faut remplacer  $L$  par  $L_\phi$  et on obtient alors  $k_B T_m \approx \hbar D / L_\phi^2$  [31]. Cette relation donne  $L_\phi \simeq 0,3 \mu m$  ce qui correspond à un temps de cohérence de phase  $\tau_\phi = L^2 / D \simeq 0,03 ns$ . Un temps de cohérence si petit est probablement dû aux interactions électrons - impuretés magnétiques [112]. Ces impuretés magnétiques peuvent être résiduelles dans la couche, mais également correspondre à des centres paramagnétiques dans l'oxyde de surface [150].

Comme on peut l'observer dans la figure 5.2, l'amplitude de l'effet de ré-

FIG. 5.2 – Réentrance de la résistance à très basse température pour les échantillons 4b, 10 et 60. La courbe pour la jonction 60 a été décalée de  $+0,06 \Omega$ . La température du minimum de résistance est identique pour tous les échantillons, alors que l'amplitude de l'effet diminue avec  $L$ .



entrance diminue avec  $L$ . En effet, le volume relatif d'un échantillon qui est affecté par la contribution cohérente à la conductance,

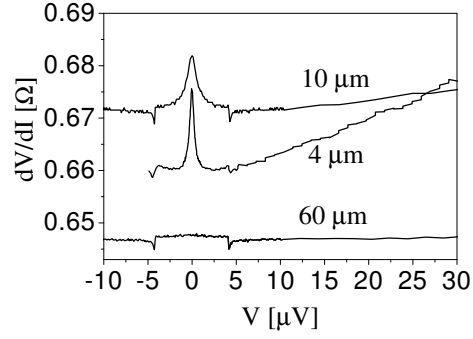
$$\frac{V_\phi}{V} = \frac{2L_\phi w t}{L w t} \quad (5.2)$$

est inversement proportionnel à  $L$ .

Considérons maintenant l'effet de réentrance en fonction de la tension de polarisation, voir la figure 5.3. On voit que les tensions nécessaires pour détruire le pic de résistances ( $2 \mu V$  et  $4 \mu V$  pour les échantillons de  $4 \mu m$  et  $10 \mu m$ ) sont beaucoup plus petites que  $k_B T_m / e$ , contrairement à l'attente. En effet, dans les structures SNN, la tension prédite vaut  $V_m \approx k_B T_m / e$  [24]. Dans les jonctions SNS étudiées, la chute de potentiel est distribuée sur toute la longueur du fil et seule une partie de la tension appliquée devrait contribuer à détruire l'effet de proximité. On s'attend donc à ce que le minimum de résistance soit atteint pour des valeurs de tension encore plus grandes que  $k_B T_m / e$ .

En ce qui concerne les jonctions SNN, une telle différence des énergies caractéristiques a été rapportée par de nombreux auteurs, voir par exemple [31, 24] et a été attribuée à un effet de chauffage dû à un mauvais réservoir normal. Dans les échantillons étudiés ici, la situation est encore plus critique, car les électrons sont confinés entre les deux réservoirs supraconducteurs et le film de cuivre constitue un très mauvais réservoir normal. Les

FIG. 5.3 – Pics de réentrance à faible tension à la température  $T = 100\text{ mK}$  pour les mêmes échantillons que dans la figure 5.2. La courbe pour la jonction 60 a été décalée de  $+0,06\ \Omega$ . L'origine des anomalies à  $\pm 4\ \mu\text{V}$  n'est pas claire.



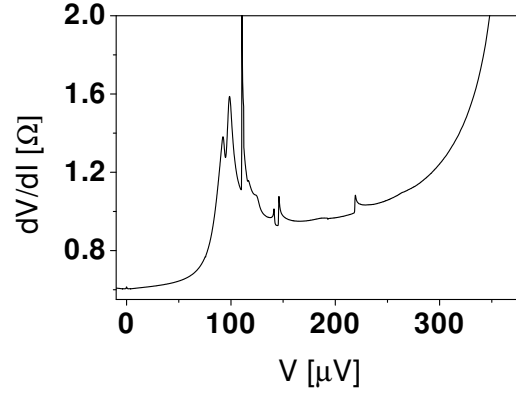
mesures de bruit effectuées par la suite nous donnent la possibilité unique de vérifier l'hypothèse du chauffage du gaz d'électrons, car elles permettent d'accéder expérimentalement (et quantitativement !) à la température électronique  $T_e$ . En anticipant les résultats discutés plus loin dans cette section (cf. la figure 5.5), nous trouvons  $T_e \approx 230\text{ mK}$  à  $V = 2\ \mu\text{V}$  et  $T_e \approx 200\text{ mK}$  à  $V = 4\ \mu\text{V}$  pour les échantillons de  $4\ \mu\text{m}$  et  $10\ \mu\text{m}$  respectivement. Puisque ces températures sont proche de  $T_m$ , il est clair que *la diminution rapide du pic de résistance avec la tension est essentiellement due à l'augmentation de la température électronique et non pas à un effet de la tension proprement dit*. Cette observation est un nouvel exemple de l'avantage de l'utilisation de mesures de conductance et de bruit comme sources d'informations complémentaires.

La figure 5.4 montre la résistance différentielle de l'échantillon 4a à une échelle de tension plus large. On retrouve autour de la polarisation nulle l'anomalie de résistance due à la réentrance. Jusqu'à  $V = 70\ \mu\text{V}$ ,  $dV/dI$  ne change que d'environ 10%, mais pour des tensions supérieures à cette valeur de nombreux pics apparaissent. Nous attribuons ceux-ci à la transition inhomogène de la bicouche Al/Cu<sup>1</sup>. Ceci est conforté par des images MEB haute résolution qui montrent une structure très désordonnée.

Dans la gamme de tension de 0 à  $70\ \mu\text{V}$ , la résistance différentielle ne présente pas de structures sub-harmoniques du gap (SGS), ce qui n'est pas étonnant, vu la géométrie des jonctions. En effet, les SGS, qui apparaissent à des tensions  $V = 2\Delta/en$ , sont dues aux singularités dans la densité d'états du supraconducteur au niveau du gap. Dans les jonctions SNS étudiées ici, où le métal normal est en bon contact électrique avec le supraconducteur, ces singularités sont atténuées du fait de l'effet de proximité inverse. De plus, nous verrons qu'à basse tension, les interactions inélastiques sont importantes, ce

<sup>1</sup>les résistances différentielles des échantillons 10 et 60 montrent également des transitions, mais à des tensions plus fortes ( $190\ \mu\text{V}$  et  $300\ \mu\text{V}$ ) qui se trouvent en dehors de la gamme de tension exploitée par la suite par les mesures de bruit

FIG. 5.4 – Résistance différentielle  $dV/dI$  en fonction de la tension de polarisation pour l'échantillon 4a.



qui atténue également les SGS.

### 5.2.2 Bruit en courant et relaxation inélastique

Dans la figure 5.5, nous avons représenté la densité spectrale de bruit  $S_e$  multipliée par la résistance de l'échantillon  $R_e = V/I$  en fonction de la tension de polarisation pour les jonctions 4a, 10 et 60. Le fait d'analyser ce produit au lieu de  $S_e$  seulement, a deux avantages. Premièrement,  $S_e R_e$  est proportionnel à la température de bruit  $T_b = S_e R_e / 4k_B$  que nous avons tracée à droite du graphe. Dans le régime à faible tension, où les électrons sont en forte interaction,  $T_b$  correspond directement à la température électronique  $T_e$ . Deuxièmement, dans la théorie semi-classique que nous allons utiliser pour analyser les données, on suppose que la résistance  $R_e$  est constante. Autrement dit, l'effet de proximité n'est pas pris en compte. En calculant le produit  $S_e R_e$ , nous éliminons la part de la variation dans le bruit en courant qui est simplement due à une variation de  $R_e$ .

Commençons l'analyse de la figure 5.5 avec quelques remarques qualitatives. On observe une augmentation très rapide du bruit à faible tension dans les trois jonctions. A titre de comparaison, nous avons tracé le bruit prédit pour deux jonctions SN en série avec un réservoir N entre elles, c'est-à-dire une structure S-N-réservoir-N-S (courbe pointillée). Dans ce cas, on voit le passage entre le bruit thermique et le bruit de grenaille à  $eV = k_B T \simeq 9 \mu V$ . L'absence du réservoir N dans les jonctions SNS change radicalement la situation : la température électronique augmente très rapidement à cause du confinement du gaz d'électrons entre les deux réservoirs supraconducteurs et le plateau thermique est absent. Quand la longueur des jonctions augmente, les électrons sont de mieux en mieux couplés aux phonons et l'augmentation de la température électronique est plus faible, ce qu'on observe effectivement pour les jonctions 10 et 60.

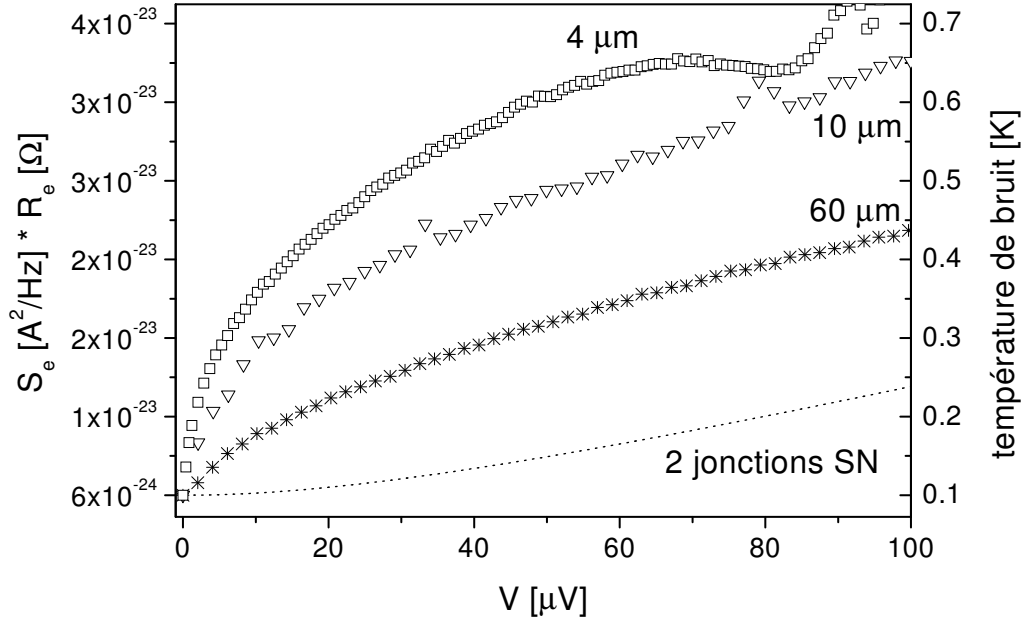


FIG. 5.5 – Densité spectrale de bruit multipliée par la résistance  $R_e$  en fonction de la tension de polarisation à  $T = 100 mK$ . Sur l’axe à droite du graphe est portée la température de bruit  $T_b = S_e R_e / 4k_B$ . Courbe pointillée : prédiction théorique pour le bruit de deux jonctions SN en série avec un réservoir N.

Avant de rentrer dans l’analyse quantitative, rappelons ce qui est prédit par la théorie pour le bruit en courant dans une jonction SNS incohérente (voir aussi la section 1.5.3). A forte tension, le bruit augmente linéairement avec la tension. En effet, dans ce régime sans interactions inélastiques (régime “sans collisions”), les quasiparticules de la partie normale subissent des réflexions d’Andreev multiples incohérentes (IMAR) jusqu’à ce que leur énergie soit supérieure au gap. Le bruit est alors proportionnel à la tension, cf. l’équation (1.75) :

$$S_I R = \frac{2}{3}(eV + 2\Delta). \quad (5.3)$$

Lorsqu’on baisse la tension, la longueur effective de la jonction parcourue par les quasiparticules  $L_{eff} = (N + 1)L$ , où  $N = \frac{2\Delta}{eV}$  est le nombre de réflexions d’Andreev subies, devient supérieure à la longueur inélastique. Les électrons peuvent alors être décrits par une distribution de Fermi avec une température électronique effective  $T_e$  (régime “électrons chauds”).

Il apparaît donc clairement que seules les jonctions dont la longueur est plus petite ou de l’ordre de la longueur inélastique peuvent révéler le bruit de

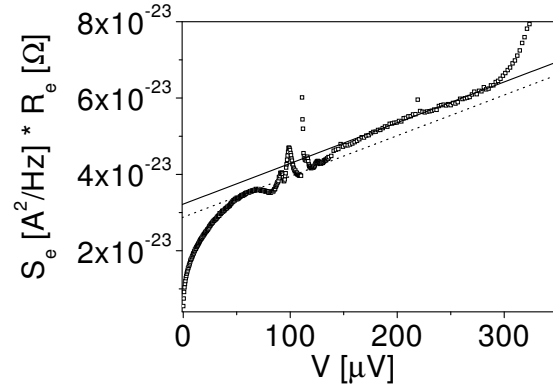
grenaille correspondant aux IMAR.

### Régime “sans collisions”

Parmi les jonctions longues étudiées ici, nous pouvons espérer observer le régime “sans collisions” seulement sur la jonction la plus courte de  $4\mu m$ . La figure 5.6 montre le produit  $S_e R_e$  pour la jonction 4a<sup>2</sup> sur une plus grande échelle de tension ainsi que les prédictions théoriques selon l’équation (5.3) avec  $\Delta = 135\mu eV$  (courbe pointillée) et  $\Delta = 151\mu eV$  (courbe pleine).

Une interprétation possible du comportement observé est la suivante :

FIG. 5.6 – Densité spectrale de bruit multipliée par la résistance  $R_e$  en fonction de la tension de polarisation à  $T = 100mK$  pour la jonction 4a. Les deux droites représentent les prédictions théoriques pour le bruit dans le régime “sans collisions” avec  $\Delta = 135\mu eV$  (courbe pointillée) et  $\Delta = 151\mu eV$  (courbe pleine).



**Intervalle de tension 0 à  $50\mu V$  :** A faible tension, le bruit augmente de façon non-linéaire, c’est le régime “électrons chauds”. Il sera analysé dans le paragraphe suivant.

**Intervalle de tension  $50$  à  $75\mu V$  :** Le bruit approche la prédiction du régime “sans collisions” avec un gap de  $135\mu eV$  (courbe pointillée). C’est une valeur réduite comparée au gap d’une couche mince d’aluminium pur ( $\Delta \approx 200\mu eV$ ) ce qui est effectivement attendu pour la bicouche qui limite la partie normale de la jonction car le contact entre le cuivre et l’aluminium est bon. Le facteur de réduction est le même que pour la température de transition,  $\frac{T_{cAl}}{T_{cAl/Cu}} \simeq \frac{\Delta_{Al}}{\Delta_{Al/Cu}} \simeq 1,5$ . L’observation d’un régime “sans collisions” pour  $V \gtrsim 60\mu V$  demanderait cependant une longueur inélastique très grande pour satisfaire la condition  $L_{eff} \simeq L_{in}$ .

**Intervalle de tension  $75$  à  $130\mu V$  :** Le bruit montre un comportement très irrégulier qui est la conséquence de la transition inhomogène de la bicouche. Dans le régime “sans collisions”, tous les cycles de IMAR amènent une

---

<sup>2</sup>les résultats du bruit pour la jonction 4b sont semblables

quasiparticule dans le réservoir à des énergies supérieures au gap, ce qui peut affaiblir la supraconductivité et même être l'origine de cette transition. Une interprétation alternative serait que la transition de la bicouche est induite par l'augmentation de la température électronique qui devient de l'ordre de la température de transition de la bicouche autour de  $V = 75 \mu V$ .

**Intervalle de tension 130 à 300  $\mu V$  :** On observe de nouveau une augmentation linéaire du bruit en fonction de la tension. Ce comportement est compatible avec un régime “sans collisions” avec un gap de  $151 \mu eV$  (correspondant à la courbe pleine) ou, alternativement, il représente simplement une augmentation linéaire de la température électronique.

A cause de l'incertitude sur la valeur du gap et la transition de la bicouche, il reste quelques doutes sur l'observation du régime “sans collisions” dans cette jonction de  $4 \mu m$ . Nous verrons dans la section 5.3.3 que la situation est beaucoup plus claire pour les jonctions courtes.

### Régime “électrons chauds”

Nous allons considérer ici, que le régime d'électrons chauds est obtenu pour les jonctions de 10 et  $60 \mu m$  dans toute la gamme de tension appliquée et à basse tension  $V \lesssim 50 \mu V$  pour les jonctions de longueur  $4 \mu m$ .

Dans la limite d'une température de réservoirs nulle, le bruit en courant est donné par l'équation (1.76) :

$$S_I = \frac{4k_B T_e}{R} \left[ 1 - 2 \exp\left(-\frac{\Delta}{k_B T_e}\right) \right].$$

On voit que pour  $k_B T_e \ll \Delta$ , la température électronique correspond à la température de bruit  $T_b$  portée sur l'axe à droite dans la figure 5.5, alors que pour  $k_B T_e \lesssim \Delta$ , il y a une correction à cause du gap dans les réservoirs. La température des réservoirs peut être négligée, car la température des quasiparticules dans la partie normale est rapidement beaucoup plus importante que la température de base ( $100 mK$ ).

La température électronique  $T_e$  est déterminée par l'équilibre entre la puissance  $P = V^2/R_e$  injectée dans la jonction et sa dissipation. Cette dernière peut avoir lieu dans les réservoirs par des quasiparticules qui ont traversé l'interface SN à des énergies supérieures au gap ou dans la partie normale de la jonction par l'interaction électron - phonon :  $P_{dis} = P_{NS} + P_{ph}$ . Le fait d'avoir étudié des jonctions de différentes longueurs, nous permet de séparer ces deux mécanismes de dissipation.

Pour comparer les données expérimentales à la théorie, nous procédons en trois étapes. Du bruit  $S_e(V)$  mesuré, nous déduisons la température électronique  $T_e$  en fonction de la tension, en résolvant l'équation (1.76) numéri-



quement avec  $\Delta = 135 \mu\text{eV}$ . Nous pouvons alors tracer la puissance totale injectée  $P = V^2/R_e$  en fonction de  $T_e$ , ce qui est représenté pour les trois échantillons (4a, 10, 60) par les symboles dans la figure 5.7. Il est maintenant possible de comparer la puissance injectée à la prédiction pour la puissance dissipée.

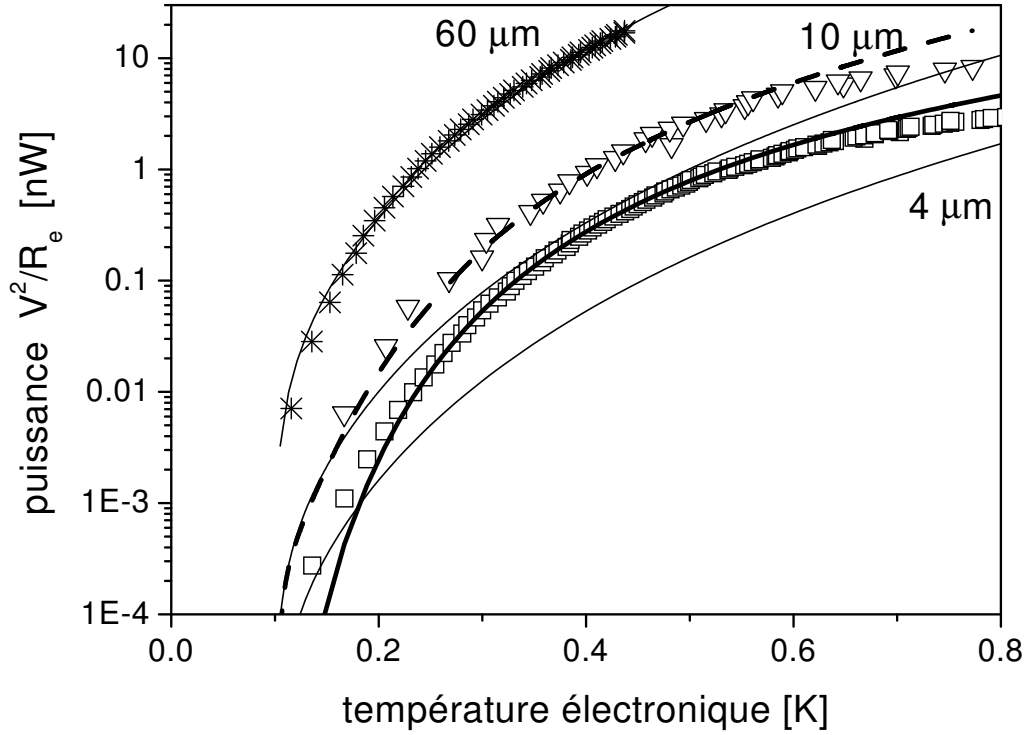


FIG. 5.7 – Puissance totale injectée dans la jonction en fonction de la température électronique dans la partie normale pour une température de base de  $T = 100 \text{ mK}$  (symboles). Prédictions théoriques : courbes pleines et fines - puissance  $P_{ph}$  dissipée par l'interaction électron-phonon pour les trois jonctions selon l'équation (1.26); courbe pleine et épaisse - puissance  $P_{NS}$  dissipée par des quasiparticules à travers les interfaces SN selon l'équation (5.4); courbe pointillée - somme de  $P_{NS}$  et  $P_{ph}$  pour la jonction  $10 \mu\text{m}$ .

**Jonction  $60 \mu\text{m}$ .** Dans la jonction la plus longue, nous supposons que la dissipation s'effectue uniquement par l'interaction électron - phonon. Nous avons vu au premier chapitre que la température électronique est presque uniforme dans un échantillon avec une interaction électron - phonon forte et

la puissance dissipée s'écrit (rappel de l'équation (1.26)) :

$$P_{ph} = \Sigma \Omega (T_e^5 - T_{ph}^5).$$

L'ajustement théorique, représenté dans la figure 5.7 par la courbe pleine et fine, avec la température de phonons  $T_{ph} = 100 \text{ mK}$  et le volume de l'échantillon  $\Omega = 60 \mu\text{m} \times 90 \mu\text{m} \times 0,09 \mu\text{m}$ , nous permet de déduire le paramètre d'interaction électron - phonon pour le cuivre :  $\Sigma = 2,4 \cdot 10^9 \text{ Wm}^{-3} \text{K}^{-5}$ . Cette valeur est du même ordre de grandeur que les valeurs pour Cu ( $\Sigma = 1,8 \cdot 10^9 \text{ Wm}^{-3} \text{K}^{-5}$ ), AuCu ( $\Sigma = (2,4 \pm 0,6) \cdot 10^9 \text{ Wm}^{-3} \text{K}^{-5}$ ), Au ( $\Sigma \approx 5 \cdot 10^9 \text{ Wm}^{-3} \text{K}^{-5}$ ) et Ag ( $\Sigma = 1,9 \cdot 10^9 \text{ Wm}^{-3} \text{K}^{-5}$ ) trouvées dans la littérature [124, 153, 60, 111].

A l'aide de l'équation (1.27), nous pouvons maintenant calculer la longueur d'interaction électron - phonon. On obtient  $L_{eph} \simeq 30 \mu\text{m}$  à  $T_e = 400 \text{ mK}$ , qui est effectivement deux fois plus petite que la longueur de la jonction.

**Jonctions  $4 \mu\text{m}$ .** Pour les jonctions de  $4 \mu\text{m}$ , l'interaction électron - phonon n'est pas très efficace car le volume  $\Omega$  de la partie normale est beaucoup moins important. La puissance injectée est donc essentiellement dissipée par des quasiparticules avec des énergies  $|\epsilon| > \Delta$  à travers les interfaces SN. Ce mécanisme de dissipation a été analysé théoriquement dans le contexte de jonctions SNS par Bezuglyi et al. [21]. Dans la limite  $eV \ll \Delta$  et une température de réservoirs supposée nulle, la puissance  $P_{NS}$  s'écrit (cf. l'équation 1.77) :

$$P_{NS} \approx \frac{V^2}{R_e} = \frac{k_B T_e \Delta}{e^2 W_e R_e} \left(1 + \frac{k_B T_e}{\Delta}\right) \exp\left[-\frac{\Delta}{k_B T_e}\right]. \quad (5.4)$$

Une fois que nous avons fixé le gap à  $135 \mu\text{eV}$ , le rapport  $W_e = \tau_{elec}(\Delta)/\tau_D$  est le seul paramètre ajustable. On obtient un bon accord entre l'équation (5.4) et les données (cf. la courbe pleine et épaisse dans la figure 5.7) avec  $W_e = 0,7 \pm 0,2$ . Quelques remarques s'imposent concernant cet ajustement :

- L'ajustement décrit les données de manière satisfaisante jusqu'à  $T_e \approx 600 \text{ mK}$  ce qui correspond à une tension  $eV \approx \Delta/4$ .
- Nous avons évalué l'influence du gap choisi pour la bicouche sur l'ajustement : si on suppose un gap de  $200 \mu\text{eV}$  au lieu de  $135 \mu\text{eV}$ , l'ajustement est beaucoup moins bon et  $W_e$  diminue d'un facteur d'environ 5.
- Le paramètre de l'ajustement  $W_e = 0,7$  donne un temps d'interaction électron-électron au niveau du gap  $\tau_{elec}(\Delta) \simeq 3,5 \text{ ns}$ , de l'ordre du temps de diffusion  $\tau_D \simeq 5 \text{ ns}$ .  $\tau_{elec}(\Delta)$  décrit l'interaction électron-électron dans l'équation (5.4) de manière simplifiée, car il ne prend pas en compte sa dépendance en énergie. De plus, les jonctions étudiées se

situent dans la limite 2D<sup>3</sup>, alors que le calcul de Bezuglyi et al. [21] se base sur un modèle quasi-1D. Si on compare malgré tout  $\tau_{elec}$  avec la prédiction de la théorie des interactions coulombiennes écrantées de Altshuler et Aronov [2], on obtient une valeur du même ordre de grandeur. En effet, dans une géométrie 2D, le temps  $\tau_{ee}$  est donné par

$$\tau_{ee} = \frac{2\pi\hbar^2}{k_B T e^2 R_{\square} \ln[\pi\hbar/(e^2 R_{\square})]} \quad (5.5)$$

et on trouve  $\tau_{ee} \simeq 19 \text{ ns}$  pour  $R_{\square} = 0.98 \Omega$  et  $T = 1 \text{ K}$ . D'autre part,  $\tau_{elec}(\Delta)$  est deux ordres plus grand que le temps de cohérence de phase  $\tau_{\phi}(300 \text{ mK})$  déduit de la réentrance de la résistance. Dans le cadre du modèle appliqué ici, il semble donc que la longueur de cohérence de phase  $L_{\phi}$  et la longueur d'interaction électron-électron  $L_{ee}$  ne soient pas identiques.

- Dans la figure 5.7 nous avons également représenté la puissance dissipée par l'interaction électron-phonon  $P_{ph}$  (courbe pleine et fine), calculée à l'aide de l'équation (1.26), en supposant le paramètre  $\Sigma$  déduit de l'ajustement pour la jonction 60. Pour la jonction 4a, la puissance  $P_{ph}$  est environ 5 fois plus petite que  $P_{NS}$  dans l'intervalle de température 200..600 mK. Les interactions électron-phonon contribuent de façon non-négligeable à la dissipation de la puissance seulement très près de  $V = 0$ , quand la longueur effective parcourue par les quasiparticules devient très longue.

**Jonction 10  $\mu\text{m}$ .** Pour la jonction de longueur 10  $\mu\text{m}$ , les puissances dissipées à travers les interfaces SN et par l'interaction électron - phonon sont du même ordre de grandeur. Afin de comparer avec la théorie, nous calculons  $P_{NS}$  et  $P_{ph}$  séparément avec les équations (5.4) et (1.26). La somme des deux contributions est représentée par la courbe pointillée dans la figure 5.7. On obtient un bon accord avec les données expérimentales avec  $W_e = 0,3 \pm 0,1$ . Ce paramètre donne  $\tau_{elec}(\Delta) = 10 \text{ ns}$  ce qui est de nouveau en bon accord avec  $\tau_{ee}$ .

Le traitement séparé des interactions électron-électron et électron-phonon est une première approximation. Dans une approche plus stricte, il faudrait inclure simultanément les deux interactions dans l'équation de Boltzmann.

En résumé, le bruit en courant dans une jonction SNS incohérente augmente très rapidement avec la tension de polarisation à cause du confinement des

---

<sup>3</sup>la longueur  $L_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\hbar D}{\epsilon}}$  associée à l'énergie  $\epsilon$  échangée entre les électrons est plus petite que la longueur et la largeur de l'échantillon, mais plus grande que l'épaisseur

quasiparticules entre les deux réservoirs supraconducteurs. L’analyse quantitative du bruit avec des modèles semi-classiques nous a permis de déterminer les longueurs caractéristiques de la relaxation inélastique, à savoir les longueurs d’interaction électron-phonon et électron-électron. Cependant, la mise en évidence du régime “sans collisions” n’est pas satisfaisante, car la géométrie des réservoirs en bicouche apporte trop d’incertitude sur la valeur du gap. Pour cette raison, nous avons décidé d’étudier des jonctions plus courtes et avec de meilleurs réservoirs. La longueur effective à parcourir par les quasiparticules pour un cycle de MAR complet est alors réduite, ce qui favorise l’observation du régime “sans collisions” au détriment du régime “électrons chauds”.

### 5.3 Les jonctions SNS courtes

Dans cette section, nous discutons les résultats obtenus sur des jonctions Al/Cu/Al de longueurs entre 0,4 et 0,85  $\mu m$ , élaborées avec Bernard Panetier au CNRS/CRTBT Grenoble (voir section 4.4 et l’image MEB 4.5). Au total, nous avons réalisé 7 séries d’échantillons. Une série correspond à un substrat sur lequel se trouvent plusieurs (entre 3 et 27) échantillons. Les trois premières séries nous ont permis de mettre au point le procédé de fabrication (épaisseurs des couches, angles d’évaporation, décapage, ..) et le montage des échantillons sur l’insert à dilution (précautions contre les décharges électrostatiques, par exemple). Le tableau 5.2 résume les paramètres des échantillons étudiés. Par la suite, nous présenterons principalement les résultats de la jonction A5. Les autres échantillons confirment ces résultats.

TAB. 5.2 – Paramètres des jonctions SNS courtes : longueur et largeur de la partie normale en cuivre, résistance normale et énergie de Thouless

échantillon série/emplacement	nom	longueur L [ $\mu m$ ]	largeur w [ $\mu m$ ]	$R_N$ [ $\Omega$ ]	$E_{Th}$ [ $\mu eV$ ]
4/B4	B4	0,4	0,3	1,35	23
5/+2+1	A5	0,85	0,4	1,75	7
5/-2+1	B5	0,42	0,4	1,05	28
7/-1-1	B7	0,4	0,2	1,65	30

Les épaisseurs de la partie normale en cuivre et des réservoirs en aluminium sont de 50  $nm$  et 480  $nm$ , à l’exception de l’échantillon B4 pour lequel le cuivre n’est épais que de 41  $nm$ .

### 5.3.1 Caractérisation en conductance

#### Observation d'un supercourant

La figure 5.8 représente la caractéristique résistance-température de l'échantillon A5. A  $T_c = 1,2 K$ , on observe la transition des réservoirs en aluminium. En baissant la température, la longueur de cohérence thermique  $L_T$  augmente et l'effet de proximité rend la partie normale de plus en plus "supraconducteur"<sup>4</sup>. Finalement, à  $T \approx 800 mK$ , la résistance de la jonction disparaît complètement<sup>5</sup> et on observe un supercourant. Contrairement aux jonctions longues étudiées dans la section précédente, la longueur de cohérence  $L_\phi$  est supérieure à  $L$ , permettant l'observation d'un régime cohérent de transport et des effets Josephson.

L'avantage de notre dispositif à SQUID est de pouvoir mesurer la résistance différentielle d'un échantillon de faible impédance avec un courant aussi faible que  $10 nA$  (valeur rms). Pour souligner ce fait, nous avons tracé dans la figure 5.8 la même transition  $R(T)$  mesurée avec différents courants d'excitation entre 10 et  $500 nA$ . Pour  $I_{ac} = 250 nA$  la transition est déjà nettement décalée.

#### Résistance normale de la jonction

Déterminer la résistance normale  $R_N$  d'une jonction SNS courte et de faible impédance n'est pas évident. Au dessus de la température critique  $T_c$  des réservoirs, leur résistance est mesurée en série avec la résistance de la partie normale et la résistance d'interface et on obtient donc  $R > R_N$ . En dessous de  $T_c$ , l'effet de proximité réduit la résistance de la partie normale et on mesure une valeur  $R < R_N$ . En fonction de la tension de polarisation, la situation est également compliquée. A faible tension ( $eV \sim E_{Th}$ ), la résistance est réduite par l'effet de proximité et on observe un courant d'excès. C'est seulement à très forte tension  $eV > 2\Delta$  que la résistance mesurée approche  $R_N$ . Mais pour arriver à ces valeurs de tension, il faut appliquer un courant très important qui chauffe les électrons et renforce l'effet de proximité inverse, ce qui risque de faire transiter une partie des réservoirs. Pour ces raisons, nous avons décidé de calculer la résistance normale des jonctions à partir de la résistance au dessus de  $T_c$  en soustrayant la résistance des ré-

---

<sup>4</sup>la petite transition ( $\Delta R \simeq 0,1 \Omega$ ) observée autour de  $1,1 K$  est peut-être due à la transition des zones de recouvrement entre les réservoirs en aluminium et la partie normale en cuivre

<sup>5</sup>la résistance résiduelle d'une dizaine de milliohms provient des fils d'or qui servent à la connexion de l'échantillon

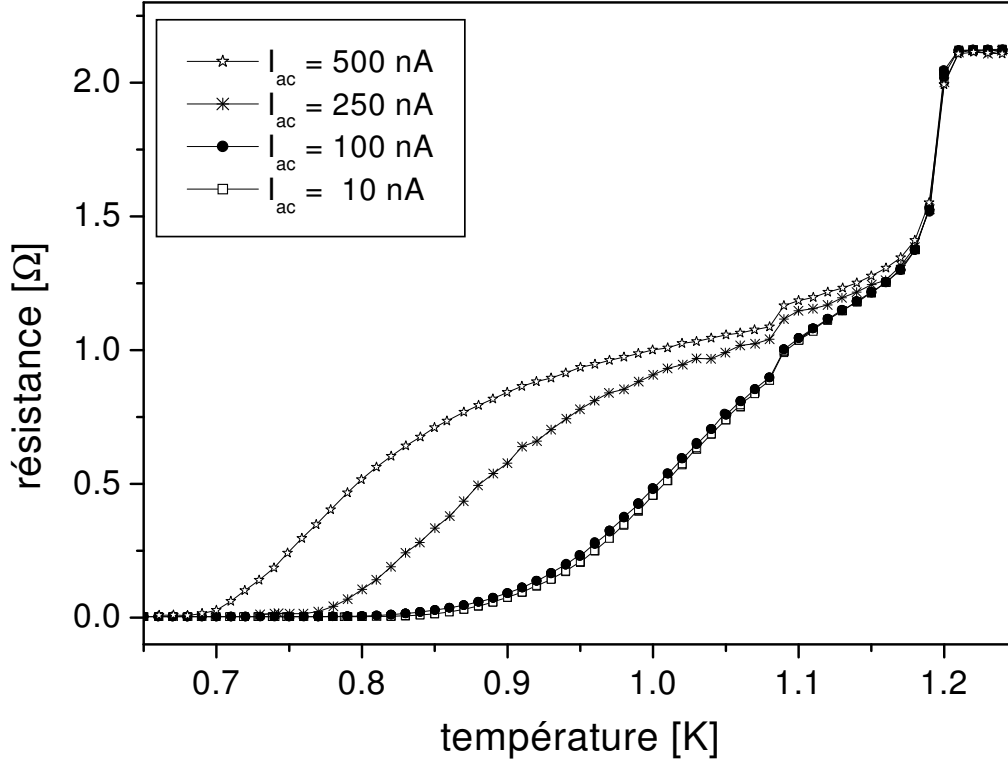


FIG. 5.8 – Résistance en fonction de la température de l'échantillon A5 pour différents courants d'excitation ac. Déjà pour  $I_{ac} \geq 100 \text{ nA}$  la transition commence à se décaler.

servoirs que nous avons estimée à environ  $0,4 \Omega$ . Cette procédure donne une valeur  $R_N$  précise à  $\pm 10\%$  qui est compatible avec les caractéristiques  $V(I)$ , voir l'exemple de l'échantillon A5 dans la figure 5.9.

Pour déduire la constante de diffusion du cuivre, nous nous servons de deux échantillons de la série 5. Les jonctions A5 et B5 ont la même largeur et les mêmes surfaces de recouvrement entre l'aluminium et le cuivre au niveau des réservoirs ( $S = 0,3 \mu\text{m} \times 0,4 \mu\text{m}$  de chaque côté), seulement la longueur de la partie normale entre les réservoirs est différente (A5 est deux fois plus longue que B5). Nous pouvons alors supposer une résistance d'interface  $R_B$  identique pour les deux jonctions. Connaissant les résistances normales  $R_N$ , nous déduisons une résistance par carré du cuivre  $R_{\square} = 0,65 \Omega$ , ce qui correspond (d'après l'équation 5.1) à une constante de diffusion  $D \simeq 80 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Les incertitudes sur  $R_N$  et sur la longueur des jonctions<sup>6</sup> (également estimée

<sup>6</sup>cette incertitude vient des différences possibles entre la longueur visée et la longueur obtenue dans le masque de résine ; nous avons cependant observé certains échantillons au

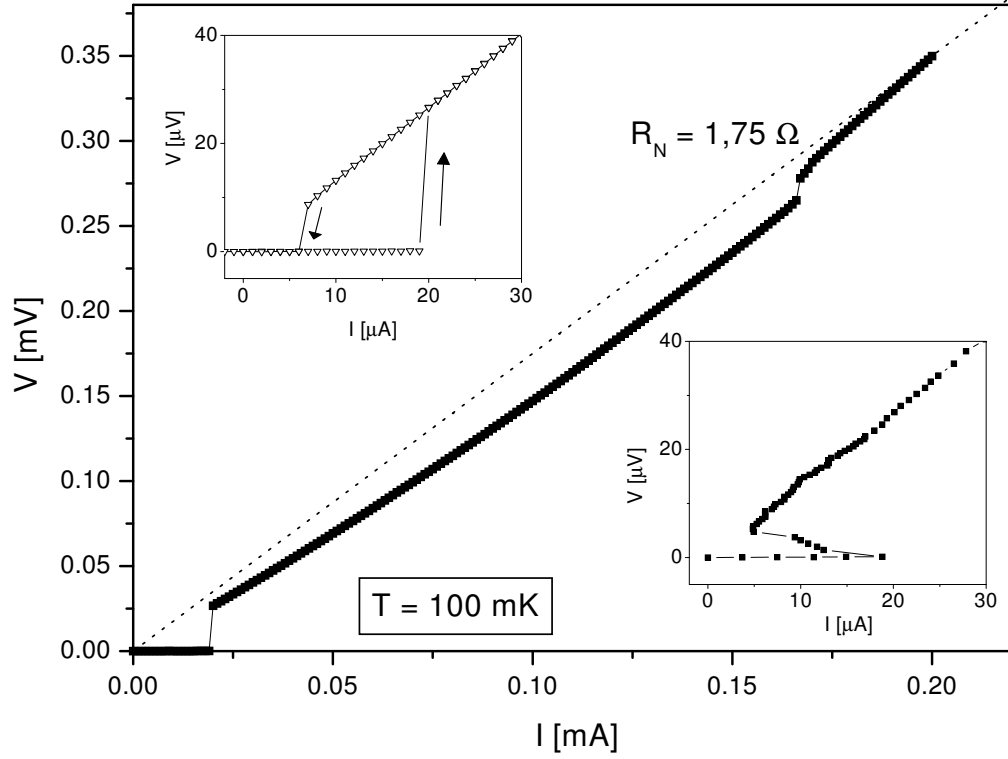


FIG. 5.9 – Caractéristique tension-courant pour la jonction A5 à  $T = 100 \text{ mK}$ . On observe un courant d'excès comparé à une jonction NNN avec la même résistance normale (ligne pointillée). La transition vers l'état sans dissipation présente une hystérésis, comme le montrent les inserts. En haut : mesure avec une polarisation en courant. En bas : mesure avec une polarisation en tension.

à 10%) impliquent une incertitude de l'ordre de 20% sur  $D$ .

Pour calculer l'énergie de Thouless, nous utilisons également la distance entre les réservoirs comme première approximation pour la longueur de diffusion effective. Pour l'échantillon A5, on obtient  $E_{Th} \simeq 7 \mu\text{eV}$  avec une incertitude de l'ordre de 40%. Cependant, ces incertitudes relativement grandes ne sont pas gênantes, car l'interprétation de nos résultats expérimentaux ne dépend pas des valeurs exactes de  $D$  et de  $E_{Th}$ .

La résistance d'interface totale pour les deux interfaces vaut  $R_B \simeq 0,4 \Omega$ , ce qui donne une résistance d'interface spécifique  $R_b = R_B S/2 \approx 2 \cdot 10^{-14} \Omega\text{m}^2$ . Cette valeur est petite comparée à des résistances typiques pour des barrières d'oxyde ( $R_b$  de l'ordre de  $10^{-9} \Omega\text{m}^2$ ) indiquant une bonne interface avec de

MEB et vérifié les longueurs

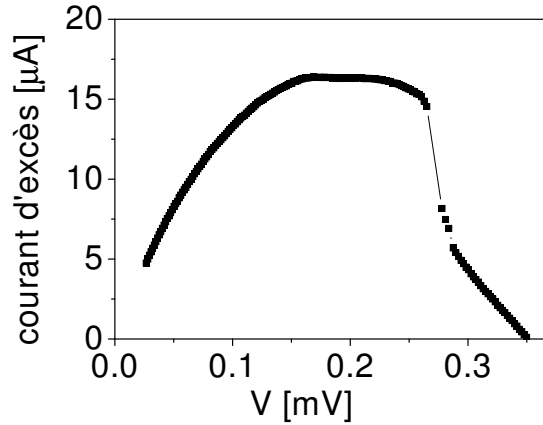
très faibles barrières. Pour la jonction A5, la résistance de la partie normale ( $R_{Cu} = R_N - R_B \simeq 1,35 \Omega$ ) domine la résistance de barrière  $R_B$ .

### Courant d'excès et courant critique

Comme expliqué au chapitre 2, nous avons deux possibilités pour mesurer les caractéristiques courant-tension. Soit nous utilisons le pont de résistance (référence + échantillon) et réalisons une polarisation en tension (dans ce cas, le SQUID peut servir pour la mesure de la résistance différentielle), soit nous utilisons 4 câbles thermocoaxiaux et réalisons une polarisation en courant (dans cette configuration, le SQUID et la résistance de référence sont déconnectés de l'échantillon).

La figure 5.9 montre la caractéristique  $V(I)$  de l'échantillon A5 à  $T = 100 \text{ mK}$ , mesurée en polarisant en courant. La transition vers l'état dissipatif a lieu à  $19,5 \mu\text{A}$ . Ensuite, la tension augmente de façon non-linéaire, on observe un courant d'excès. Ce courant d'excès  $I_{exc} = I(V) - V/R_N$  est une mani-

FIG. 5.10 – Courant d'excès  $I_{exc} = I(V) - V/R_N$  pour l'échantillon A5 à  $T = 100 \text{ mK}$ . A cause du chauffage induit par le courant de polarisation,  $I_{exc}$  n'atteint pas la valeur de saturation à  $V \sim 2\Delta/e \approx 350 \mu\text{V}$ , mais montre un maximum autour de  $V = 200 \mu\text{V}$  et diminue ensuite.



festation de l'effet de proximité : pour une tension donnée, il y a un excès de courant dans une jonction SNS par rapport à une jonction NNN, car la résistance est réduite par rapport à  $R_N$ . L'observation d'un courant d'excès est une indication pour de bonnes interfaces, par opposition au déficit de courant dans des jonctions avec des barrières tunnel. Théoriquement, le courant d'excès sature seulement à  $V \sim 2\Delta/e$ , ce qui n'est pas le cas pour la jonction A5, pour laquelle  $I_{exc}$  possède un maximum de  $16 \mu\text{A}$  autour de  $200 \mu\text{V}$  et diminue pour des tensions plus fortes, voir la figure 5.10. Nous attribuons ce comportement non-monotone au chauffage des électrons par le courant dans l'échantillon. A  $I = 170 \mu\text{A}$ , ce chauffage induit même une transition d'une



partie de la jonction dans l'état normal, visible comme saut de tension<sup>7</sup>. Pour cette raison, nous allons nous limiter à la gamme de tension 0 à 260  $\mu V$  dans l'exploitation des données de bruit.

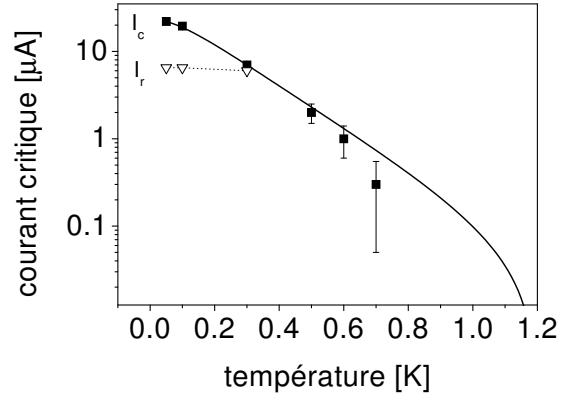
Bien que le courant d'excès n'atteigne pas sa valeur de saturation, nous pouvons comparer l'ordre de grandeur avec la prédiction théorique d'après Volkov et al. [149] pour  $I_{exc}$  dans les jonctions diffusives avec  $\Delta \gg E_{Th}$  :  $I_{exc} = 0,82\Delta\xi_{Al}/(eR_NL)$ , où  $\xi_{Al} = (\hbar D_{Al}/\Delta)^{1/2}$ . Avec  $\Delta = 165 \mu eV$  (cette valeur est déduite de la caractéristique  $dI/dV(V)$ , voir plus loin) et  $D_{Al} \approx 200 cm^2/s$ , on obtient  $I_{exc} \simeq 24 \mu A$  en bon accord avec le maximum observé expérimentalement.

A partir des caractéristiques  $V(I)$ , nous avons extrait les valeurs du courant critique en fonction de la température, représentées dans la figure 5.11. Le maximum<sup>8</sup> de  $I_c$ , mesuré à  $T = 50 mK$ , vaut 22  $\mu A$ , ce qui donne un produit  $I_c R_N = 38,5 \mu V$ .

Le courant critique des jonctions SNS diffusives dépend du rapport  $\Delta/E_{Th}$  (voir la section 1.5.1), qui vaut à peu près 25 pour la jonction A5. En supposant des interfaces parfaites, la théorie prédit alors  $b = eR_N I_c / E_{Th} \simeq 8$  [45], proche du résultat expérimental  $b = 5,5$ . La différence est due aux résistances d'interfaces ( $R_B \simeq 0,4 \Omega$ ) qui ne sont pas tout à fait négligeables devant la résistance de la partie normale ( $R_{Cu} \simeq 1,35 \Omega$ ). Heikkilä et al. [57] prédisent dans ce cas une réduction de  $I_c$  d'un facteur  $R_{Cu}/(R_{Cu} + 1,6R_B) \approx 0,7$ , en très bon accord avec l'observation.

A l'aide des équations d'Usadel, Wilhelm et al. [157] ont calculé la dé-

FIG. 5.11 – Courant critique de l'échantillon A5 en fonction de la température et ajustement théorique à l'aide des équations d'Usadel (voir texte). Pour  $T \lesssim 300 mK$ , le retour dans l'état sans dissipation a lieu à un courant  $I_r$  plus petit que la transition dans l'autre sens, la courbe  $V(I)$  présente une hystérésis.



pendance du courant critique en fonction de la température. Dans la limite

<sup>7</sup>cette transition présente une légère hystérésis, ce qui renforce la supposition d'une origine thermique

<sup>8</sup>cette valeur devrait être proche de  $I_c(T = 0 K)$  car le courant critique sature pour  $k_B T \lesssim E_{Th} \approx 80 mK$

$\Delta/E_{Th} \gg 1$ , ils aboutissent à l'équation (1.67) que nous avons employée ici pour la comparaison avec les données. Utilisant  $D = 80 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $R_N = 1,75 \Omega$  et  $L = 0,85 \mu\text{m}$ , on obtient un bon accord avec les valeurs expérimentales, si on prend en compte le pré-facteur de 0,7 mentionné ci-dessus.

La transition vers l'état de résistance nulle présente une hystérésis pour  $T \lesssim 300 \text{ mK}$ . L'insert en haut dans la figure 5.9 montre un agrandissement de la transition de la figure principale avec la branche de retour, mesurée avec une polarisation en courant. Le courant de retour  $I_r$  vaut  $6,5 \mu\text{A}$  et est pratiquement indépendant de la température (voir figure 5.11). L'insert du bas représente la même transition mesurée avec une polarisation en tension qui nous donne accès à la branche avec une résistance différentielle négative. Dans cette branche, une mesure de bruit n'est pas possible car le dispositif à SQUID est instable.

#### Structures sub-harmoniques du gap

La mesure de la résistance différentielle révèle des structures sub-harmoniques du gap. On observe ces structures comme pics dans la conductance différentielle de la jonction A5 qui est représentée dans la figure 5.12. On peut identifier des pics à des tensions caractéristiques de  $2\Delta/ne$  avec  $n = 2$  et  $n = 3$  sur toute la gamme de température<sup>9</sup>. En revanche, les pics correspondant à  $n = 1$  sont masqués par la transition à  $265 \mu\text{V}$  et, par conséquent, ne sont observables que pour  $T \geq 900 \text{ mK}$ .

Les positions des pics sont rapportées sur la figure 5.13 en fonction de la température. Les courbes pleines correspondent à  $\Delta_n(T) = 2\Delta(T)/ne$  avec  $\Delta(T)$  qui suit la prédiction de la théorie BCS [141]. Pour ces courbes, la température critique est fixée à  $1,2 \text{ K}$  et  $\Delta_n(0)$  est le seul paramètre ajustable. On remarque que  $\Delta_3(0) = \Delta_1(0)/3$  alors que  $\Delta_2(0) > \Delta_1(0)/2$ . Une telle différence entre les positions de pics pairs et impairs est probablement liée aux trajectoires de quasiparticules dans l'espace d'énergie lors des MAR. Pour  $n$  pair, les quasiparticules subissent des réflexions d'Andreev au niveau de Fermi, contrairement au cas  $n$  impair. Or, la probabilité pour une réflexion d'Andreev est augmentée par l'effet de proximité dans une fenêtre d'énergie de taille  $E_{Th}$  autour du niveau de Fermi, ce qui peut élargir les pics pairs et même conduire à un doublement [140]. Nous verrons par la suite que les résultats de bruit sont en accord avec une valeur de gap qui se rapproche de la valeur déduite des pics impairs  $\Delta_{\text{impair}} \simeq 165 \mu\text{eV}$ .

---

<sup>9</sup>On observe également des pics à  $V \simeq 55 \mu\text{eV}$  qui s'élargissent quand la température augmente. Nous n'avons pas encore d'explication pour ces pics car il est peu probable qu'une structure sub-harmonique du gap d'ordre 6 soit si marquée.

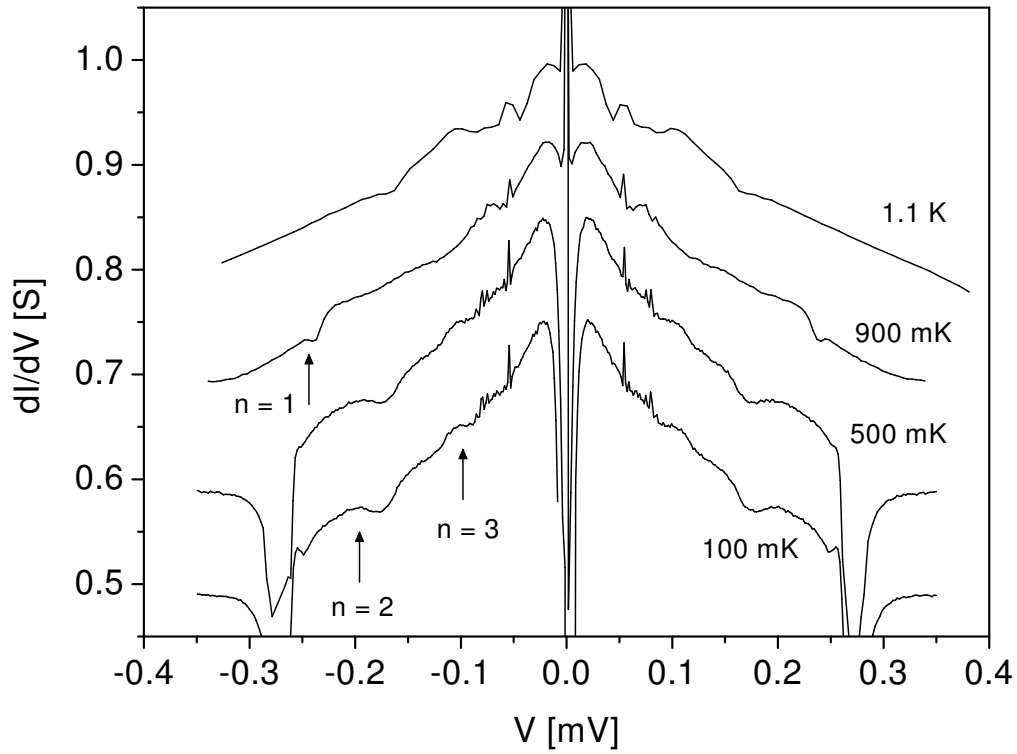
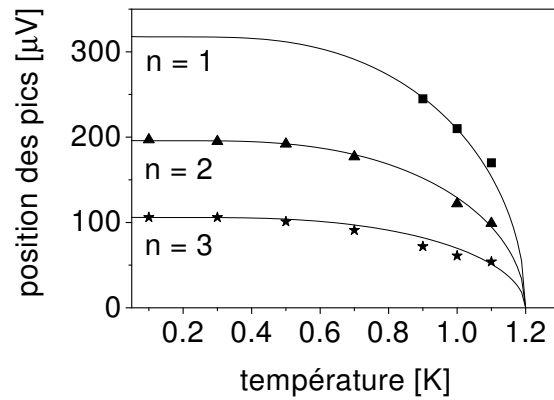


FIG. 5.12 – Conductance différentielle en fonction de la tension pour différentes températures. Les données sont décalées de 0,1 ; 0,2 et 0,35 S pour  $T = 500\text{ mK}$  ;  $900\text{ mK}$  et  $1,1\text{ K}$  respectivement. On voit clairement des pics dans la conductance à des tensions  $V_n = 2\Delta/ne$ , sub-harmoniques du gap. Les pics autour de  $V = 0$  indiquent la transition vers l'état de résistance nulle.

FIG. 5.13 – Positions des structures sub-harmoniques du gap en fonction de la température et ajustement BCS. Les pics pour  $n = 1$  ne sont pas visibles pour  $T < 900\text{ mK}$ , car une partie de la jonction transite dans l'état normal.



### 5.3.2 Observation de la transition entre le régime de transport cohérent et incohérent dans le bruit

Dans la figure 5.14 est représentée la densité spectrale de bruit en fonction de la tension de polarisation pour l'échantillon A5 à des températures entre 100 et 900 mK. On observe une différence frappante avec les résultats

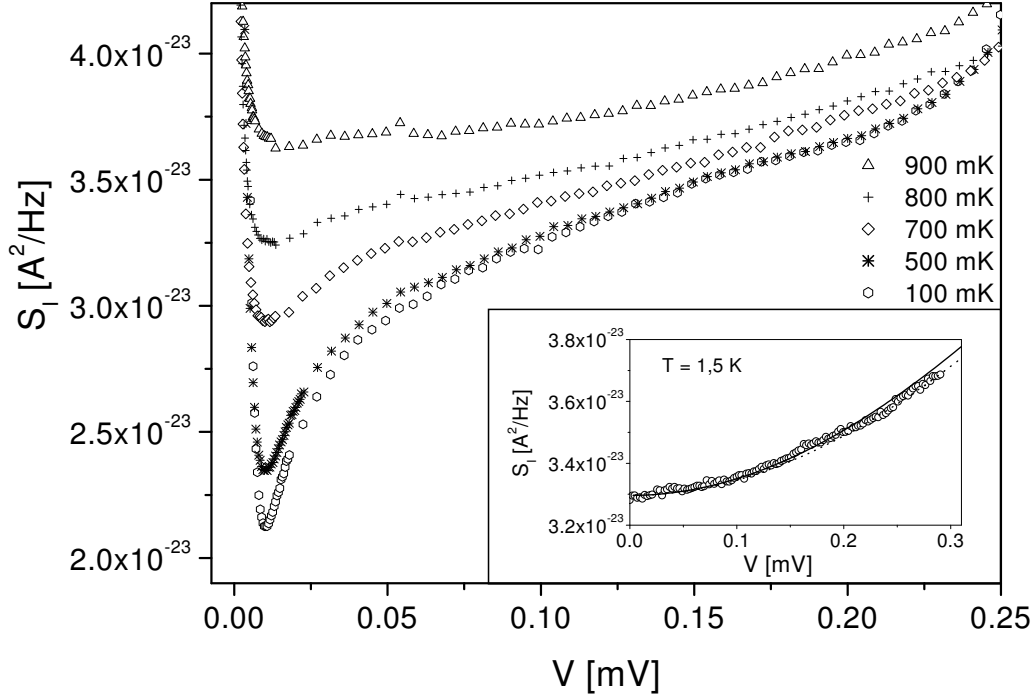


FIG. 5.14 – Densité spectrale de bruit en fonction de la tension de polarisation à différentes températures. On observe un minimum dans le bruit à la transition entre le régime de transport cohérent et le régime incohérent autour de  $V = 10 \mu V$ . Insert :  $S_I(V)$  pour le même échantillon à  $T = 1,5 K$  et prédictions théoriques dans les régimes de transport avec (ligne pointillée) et sans interactions (ligne pleine).

pour les jonctions longues. A  $V \simeq 10 \mu V$ , ce qui correspond à peu près à l'énergie de Thouless, le bruit possède un minimum prononcé. Ce minimum marque la transition du régime de transport cohérent (absent dans les jonctions longues) vers le régime incohérent.

Dans le régime cohérent ( $eV < E_{Th}$ ), les paires d'Andreev sont cohérentes sur toute la longueur de l'échantillon. Les quasiparticules issues de différentes réflexions d'Andreev peuvent interférer et former des états liés d'Andreev (voir la section 1.5.1). Dans ce régime, nous observons une augmentation de bruit

très rapide quand la tension diminue.

En revanche, dans le régime incohérent ( $eV > E_{Th}$ ), l'électron et le trou d'une paire d'Andreev sont déphasés par la tension appliquée de telle façon que la paire est "cassée" avant d'avoir traversé la jonction. On observe alors le bruit associé à des réflexions d'Andreev multiples incohérentes (IMAR). Nous avons vérifié que le bruit mesuré à une température au dessus de la température critique de l'aluminium correspond à la prédiction pour une jonction NNN, cf. l'insert dans la figure 5.14. Cependant, dans la gamme de tension accessible, nous ne pouvons pas distinguer un transport avec interactions inélastiques (équation (1.25), ligne pointillée) d'un transport complètement élastique (équation (1.19), ligne pleine).

### 5.3.3 Bruit dans le régime incohérent

Pour analyser quantitativement le bruit dans le régime incohérent, nous avons tracé le produit  $S_I R$  en fonction de la tension (figure 5.15). Comme déjà mentionné pour les jonctions longues, cela a l'avantage d'éliminer la variation du bruit qui est simplement due à une variation de  $R = V/I$ . On observe une augmentation linéaire du bruit dans un intervalle de tension très large - comme attendu, le régime "sans collisions" est très prononcé dans ces jonctions courtes. En revanche, les structures sub-harmoniques du gap semblent absentes dans le bruit ou du moins, elles ne sont pas assez marquées pour sortir de la dispersion des points propre à la mesure.

A très basse température, on peut comparer les données avec la prédiction théorique dans la limite  $T = 0 K$  (équation (5.3)) :

$$S_I R = \frac{2}{3}(eV + 2\Delta),$$

avec comme seul paramètre le gap, qui détermine le bruit d'excès par rapport à une jonction NNN. A  $T = 100 mK$ , on obtient un très bon ajustement sur une large gamme de tension avec  $\Delta = 165 \mu eV$ , en bon accord avec la valeur déduite des structures sub-harmoniques (impaires) du gap. Il est remarquable que la pente corresponde précisément à  $\frac{2}{3}e$ . C'est la première mise en évidence nette du régime "sans collisions" dans une jonction SNS<sup>10</sup>.

Pour des températures  $T \gtrsim 500 mK$ , il faut prendre en compte la réduction du gap et le bruit thermique des quasiparticules à des énergies  $|\epsilon| > \Delta$ . Nous avons calculé le bruit dans la gamme de température de 500 à 900  $mK$  suivant les équations (12) et (13) dans la référence Bezuglyi et al.[21], en choisissant

---

<sup>10</sup> dans la référence Strunk et Schönenberger [138], la dispersion des points est considérable et la pente semble plus grande que  $\frac{2}{3}e$ , cf. la figure 1.28

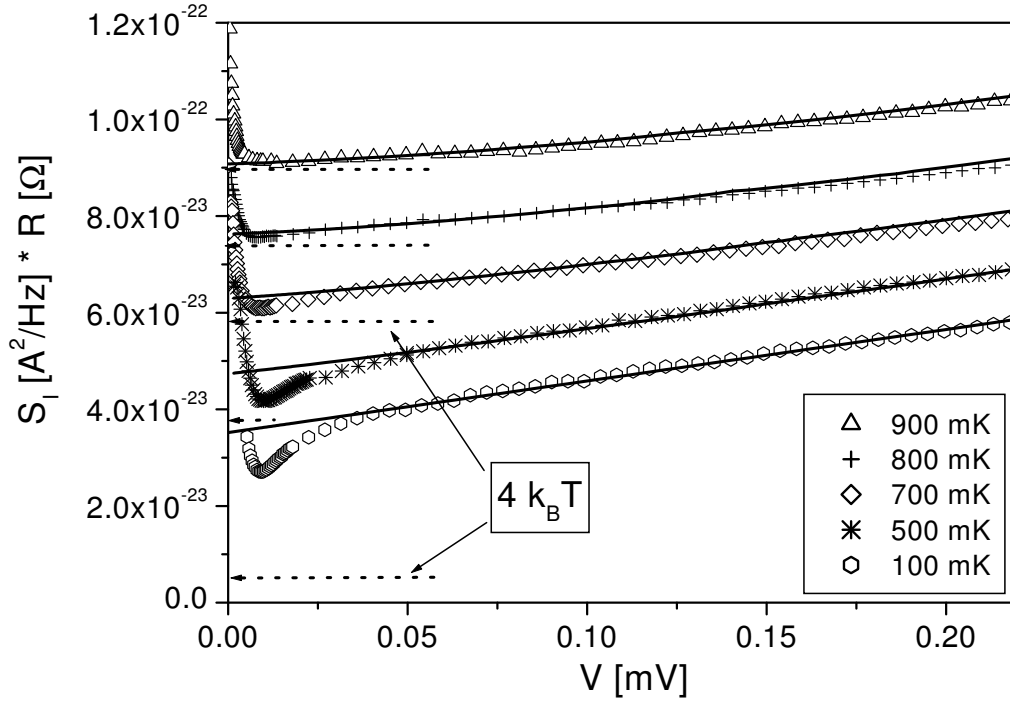


FIG. 5.15 – Densité spectrale de bruit multipliée par la résistance  $R = V/I$  à différentes températures. Les courbes sont décalées entre elles de  $1 \cdot 10^{-23} \text{ A}^2/\text{Hz}$ . Les lignes pleines sont les ajustements théoriques dans le régime des IMAR [21]. Les flèches pointillées indiquent le niveau du bruit thermique correspondant à chaque courbe de données, ce qui permet une comparaison directe avec le minimum de  $S_I R$ .

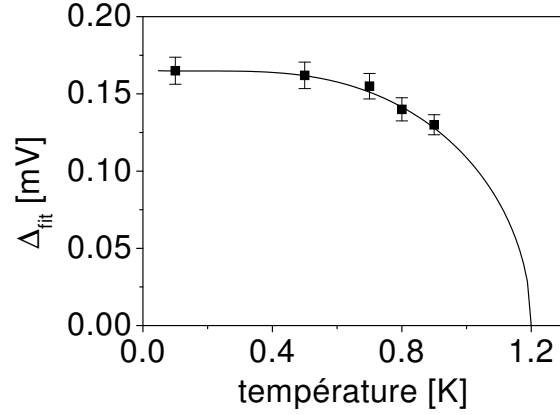
le gap de façon à obtenir les meilleurs ajustements. L'évolution du gap en fonction de la température ainsi trouvée est en bon accord avec la prédiction BCS, voir la figure 5.16.

### Temps de relaxation inélastique

Dans la gamme de tension de  $50$  à  $10 \mu\text{V}$ , le bruit diminue de façon non-linéaire, comparable à ce que nous avons observé pour les jonctions longues dans le régime d'électrons chauds. Afin d'obtenir une estimation quantitative du temps de relaxation inélastique, nous analysons le bruit à  $T = 100 \text{ mK}$  dans le cadre de la théorie semi-classique.

Dans un premier temps, nous nous servons des prédictions analytiques pour le bruit à faible tension de Bezuglyi et al. [21], déjà utilisées pour l'analyse du bruit dans les jonctions longues. Nous calculons la densité spectrale de bruit

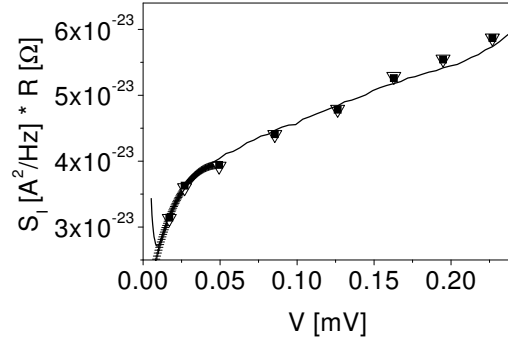
FIG. 5.16 – Valeurs du gap utilisées dans les ajustements de la figure 5.15 et prédiction de la théorie BCS.



à l'aide des équations (1.76) et (1.77) avec un gap de  $165 \mu\text{eV}$ . On trouve le meilleur ajustement avec les données (cf. la zone hachurée dans la figure 5.17) pour  $W_\epsilon = \tau_{\text{elec}}(\Delta)/\tau_D = 2,0 \pm 0,1$ , ce qui correspond à un temps d'interaction électron-électron à l'énergie du gap  $\tau_{\text{elec}}(\Delta) \simeq 0,18 \text{ ns}$ .

Pour valider ce résultat, nous avons calculé la densité spectrale de bruit à

FIG. 5.17 – Comparaison de  $S_I R$  (courbe pleine) pour la jonction A5 à  $100 \text{ mK}$  avec la simulation du bruit à l'aide du programme de F. Pierre ( $\alpha = 1,5$  - triangles;  $\alpha = 2$  - carrés) et l'approximation analytique à faible tension de Bezuglyi et al. [21] (zone hachurée).



l'aide du programme de Frédéric Pierre écrit au SPEC/CEA Saclay. Ce programme détermine numériquement la fonction de distribution des électrons dans la partie normale à partir de l'équation de Boltzmann, permettant d'inclure les intégrales de collisions électron-électron et électron-phonon. Ensuite, le bruit est calculé à partir des fonctions de distribution à l'aide de l'équation (1.15). De cette manière, nous pouvons simuler le bruit sur toute la gamme de tension du régime incohérent.

L'intégrale de collisions électron-électron contient un noyau d'interaction  $K(\epsilon) = \kappa_\alpha \epsilon^{-\alpha}$  dans lequel l'exposant  $\alpha$  et le facteur  $\kappa_\alpha$  dépendent du type d'interaction considéré. Dans un modèle quasi-1D (fil), on trouve pour l'interaction coulombienne écrantée  $\alpha = 3/2$  et  $\kappa_{3/2} = (\sqrt{D/2\pi\nu_F} \hbar^{3/2} S)^{-1}$ , où  $S$  est la section du fil. Une valeur  $\alpha = 2$  peut correspondre à l'interaction

électrons - impuretés magnétiques avec échange d'énergie.  $\kappa_2$  est alors déterminé par la concentration des impuretés magnétiques [112].

Nous avons calculé le bruit par ce programme en considérant les deux types d'interaction : coulombienne écrantée et électrons - impuretés magnétiques. Dans ces calculs, nous avons fixé la valeur du gap à  $165 \mu eV$ , ce qui fait que le préfacteur  $\kappa_\alpha$  devient le seul paramètre ajustable. Nous avons pu reproduire la courbe expérimentale (cf. la figure 5.17) avec les paramètres du tableau 5.3. Nous avons vérifié que l'ajout de l'interaction électron-phonon avec une

TAB. 5.3 – Paramètres du noyau d'interaction utilisés dans la simulation du bruit et les temps de relaxation correspondants

$\alpha$	$\kappa_\alpha$ [ $ns^{-1} meV^{\alpha-2}$ ]	$\tau_{in}(T = 100 mK)$ [ $ns$ ]	$\tau_{in}(T = 1, 2 K)$ [ $ns$ ]
1,5	1,5	1,0	0,19
2	0,3	0,5	0,15

intensité typique ( $\Sigma = 2 \cdot 10^9 W m^{-3} K^{-5}$ ) ne change pas les résultats de la simulation dans la gamme de tension considérée.

Des valeurs de  $\kappa_\alpha$  nous pouvons connaître le temps de relaxation inélastique à différentes températures par l'équation :

$$\tau_{in}(T) \simeq \left( \frac{\kappa_\alpha k_B T}{(\alpha - 1) \hbar^{\alpha-1}} \right)^{-1/\alpha}. \quad (5.6)$$

Les  $\kappa_\alpha$  des deux types d'interaction donnent des temps de relaxation  $\tau_{in}$  comparables (voir le tableau 5.3). De plus, les temps de relaxation  $\tau_{in}(T = 1, 2 K)$  sont en très bon accord avec le temps  $\tau_{elec}(\Delta)$  déduit en utilisant l'expression proposée par Bezuglyi et al. (cf. plus haut). La concordance de  $\tau_{elec}(\Delta)$ ,  $\tau_{in}(\alpha = 3/2)$  et  $\tau_{in}(\alpha = 2)$  montre que le temps de relaxation inélastique est la grandeur déterminante pour le comportement de bruit d'une jonction SNS indépendamment du type d'interaction.

Est-ce qu'on peut, malgré tout, dire quel type d'interaction domine ?

Le paramètre  $\kappa_{3/2} = 1, 5$ , nécessaire dans la simulation pour reproduire les données, est deux ordres de grandeurs plus grands que la prédiction de la théorie de l'interaction coulombienne écrantée,  $\kappa_{3/2th} = (\sqrt{D/2\pi\nu_F} \hbar^{3/2} S)^{-1} = 0,02$ , et il n'est donc pas réaliste. Il semble alors probable que dans les jonctions étudiées, l'interaction avec les impuretés magnétiques soit responsable de l'échange d'énergie entre électrons<sup>11</sup>, en accord avec l'observation d'autres

<sup>11</sup> $\kappa_2$  dépend du type et de la concentration des impuretés magnétiques présentes dans le cuivre ; nous ne connaissons ni l'un ni l'autre, ce qui rend le jugement de la valeur utilisée dans la simulation difficile



auteurs [6].

Le temps de relaxation inélastique donne une limite supérieure pour le temps de cohérence de phase. Une limite inférieure peut être déduite du fait qu'on observe un supercourant pour  $T \lesssim 800 \text{ mK}$ , ce qui n'est possible que sous condition  $L_\phi(T = 800 \text{ mK}) > L$ . Ceci est équivalent à  $\tau_\phi(T = 800 \text{ mK}) > 0,09 \text{ ns}$ . Dans les jonctions SNS courtes, le temps de cohérence de phase semble donc être très proche du temps de relaxation inélastique.

Comment expliquer alors les résultats assez différents obtenus pour les jonctions longues ?

Il faut d'abord dire que les estimations pour  $\tau_\phi$  et  $\tau_{elec}(\Delta)$  dans les jonctions longues sont moins fiables que dans les jonctions courtes. Une incertitude sur  $\tau_\phi$  de l'ordre d'un facteur 5 provient du fait qu'on ne connaît pas exactement le préfacteur dans la relation  $k_B T \approx \hbar D / L_\phi^2$  qui nous a servi à déterminer la longueur de cohérence de phase à partir de la température  $T_m$ , pour laquelle on observe le minimum de résistance dans la réentrance. En ce qui concerne la longueur de relaxation, l'incertitude sur le gap dans la bicouche Al/Cu représente la principale source d'incertitude dans la détermination de  $\tau_{elec}(\Delta)$ . Cette bicouche est formée de couches d'aluminium et de cuivre d'épaisseurs comparables et avec une grande surface de recouvrement. En revanche, dans les jonctions courtes, les réservoirs sont beaucoup plus épais que la partie normale et le gap atteint pratiquement la valeur d'une couche d'aluminium massive.

Comparons maintenant les temps de cohérence de phase :  $\tau_{\phi_l}(300 \text{ mK}) \approx 0,03 \text{ ns}$  et  $\tau_{\phi_c}(800 \text{ mK}) \approx 0,1..0,2 \text{ ns}$  (indice 'l' pour long et 'c' pour court). La différence n'est pas très importante, même si on prend en compte que les températures pour lesquelles nous avons déterminé ces valeurs ne sont pas les mêmes, et nous pouvons donner quelques arguments pour l'expliquer :

- La constante de diffusion des jonctions longues est plus faible ( $D_l \simeq 30 \text{ cm}^2/\text{s}$  vis à vis  $D_c \simeq 80 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), ce qui implique une contribution plus forte des interactions coulombiennes au déphasage.
- Les jonctions n'ont pas été fabriquées avec la même technique (pulvérisation cathodique pour les jonction longues et évaporation pour les courtes). L'utilisation de cibles de cuivre différentes, avec des puretés 6N (jonctions longues) et 5N (jonctions courtes) et le fait que le dépôt des couches n'ait pas eu lieu dans le même bâti, peut jouer sur le type et la concentration des impuretés magnétiques.
- La dimensionalité des jonctions est différente. Pour les échantillons courts, on a  $L_\phi > L, w, t$  alors que pour les longues  $t < L_\phi < w, L$ .

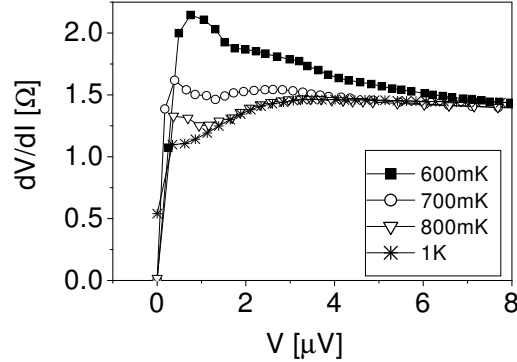
Compte tenu de son incertitude et des points énumérés ci-dessus, la valeur de  $\tau_{\phi_l}$  semble correcte. Trouver une explication pour le très grand temps de relaxation inélastique  $\tau_{elec_l} \simeq 3,5 \text{ ns}$  dans les jonctions longues et l'écart

par rapport à  $\tau_{\phi_l}$  est plus difficile. Pour pouvoir apporter plus d'éléments de réponse, il est nécessaire de mesurer le bruit dans des échantillons de géométrie et résistance comparables, mais avec de meilleurs réservoirs. Ceci demande une amélioration dans le procédé de fabrication en salle blanche, cf. les problèmes rencontrés lors de l'élaboration des jonctions longues, décrits dans la section 4.3. De plus, il serait intéressant d'étudier les deux types de jonctions avec de l'argent comme métal normal, car pour ce matériau, on peut fabriquer des films très purs dans lesquels le temps de cohérence de phase est limité par l'interaction coulombienne écrantée.

### 5.3.4 Conductance et bruit dans le régime cohérent

Nous nous intéressons maintenant au régime cohérent à faible tension. Avant de discuter le bruit, regardons plus en détail la résistance différentielle  $dV/dI$  dans ce régime. La figure 5.18 montre  $dV/dI$  de la jonction A5 à très faible tension  $eV \lesssim E_{Th}$  pour des températures relativement élevées. Dans l'intervalle de tension de 0 à  $5 \mu V$ , on observe un comportement non-monotone de  $dV/dI$ , particulièrement prononcé pour  $T = 700$  et  $800 mK$ . Un premier pic apparaît proche de  $V = 0$ . Il est lié à la transition dans l'état sans dissipation. Une deuxième bosse peut être observée autour de  $V_{max} \simeq 2,5 \mu V$ . Une telle bosse dans la résistance différentielle a été prédite dans un modèle

FIG. 5.18 – Résistance différentielle à très faible tension pour la jonction A5. Dans la gamme de tension de 2 à  $5 \mu V$ , on observe une bosse dans  $dV/dI$  qui est une manifestation du transport cohérent hors-équilibre dans la jonction.



de transport hors-équilibre par Argaman [7] et observée expérimentalement dans des jonctions Nb/Cu/Nb par Dubos et al. [46]. Le maximum de la résistance est prédit pour la tension  $eV_{max} = \hbar/\tau_{in}$ , ce qui nous permet d'avoir une estimation pour la longueur inélastique, indépendamment du bruit. On trouve  $\tau_{in}(T = 700 mK) \simeq 0,25 ns$ , ce qui est de nouveau en bon accord avec le temps de cohérence de phase estimé dans le dernier paragraphe.

Le transport cohérent se manifeste dans le bruit par une remontée raide de la densité spectrale de bruit à faible tension, cf. la figure 5.14. Cette remontée n'est pas seulement due à la diminution de la résistance  $R$  près de

la transition vers l'état sans dissipation, comme le prouve la persistance de l'augmentation du produit  $S_I R$  dans la figure 5.15. Dans cette figure, nous avons également indiqué le niveau du bruit thermique  $S_{th} R = 4k_B T$  pour les températures correspondantes aux données expérimentales. A  $T = 100\text{ mK}$ , on observe un large bruit d'excès, même à  $eV \simeq E_{Th}$  où  $S_I R$  présente son minimum. Quand la température augmente, la différence entre le minimum dans  $S_I R$  et le niveau thermique diminue pour finalement disparaître complètement vers  $T = 900\text{ mK}$ . Cependant, pour toutes les températures, le bruit augmente rapidement si on baisse la tension en dessous de l'énergie de Thouless. On observe donc clairement un bruit d'excès à basse tension.

Quelle est l'origine de cette augmentation du bruit dans le régime cohérent ? Nous sommes encore en train d'étudier cette question et présentons ici seulement quelques analyses préliminaires.

Naveh et Averin ont calculé le bruit dans des jonctions SNS diffusives, très courtes ( $\Delta < E_{Th}$ ) [103]. Ils prédisent qu'à basse tension, le bruit de grenaille est proportionnel à une charge effective  $q_{eff} = (\frac{2\Delta}{eV})e$  transférée par des MAR cohérentes (cf. l'équation (1.73)). Le facteur de Fano dérivé dans ce cas,

$$F = \frac{S_I}{2eI} = p \left( \frac{2\Delta}{eV} \right), \quad (5.7)$$

comporte, en plus de cette charge effective, un préfacteur  $p \simeq 0,3$ . Les auteurs expliquent ce résultat par un bruit de grenaille de charges multiples  $q_{eff}$  induit par des transitions Landau-Zener entre les états liés d'Andreev (voir la section 1.5.3).

Les jonctions étudiées ici se trouvent dans la limite  $E_{Th} < \Delta$ . Par conséquent, le transfert d'une charge cohérente n'est possible que dans une fenêtre d'énergie  $|eV| \lesssim E_{Th}$ . L'énergie de Thouless remplace donc le gap comme échelle d'énergie pour la cohérence. Le bruit de grenaille produit par des charges multiples cohérentes devrait donc être proportionnel à  $2E_{Th}/eV$ . Afin de comparer nos données à cette prédiction, nous avons tracé le facteur de Fano  $F = S_I/2eI$  en fonction de  $2E_{Th}/eV$  pour les échantillons A5 et B7 dans la figure 5.19. En effet, dans les deux cas, on observe une augmentation linéaire du facteur de Fano.

Pour la jonction A5, nous pouvons déduire la pente  $p$  seulement pour  $T \geq 500\text{ mK}$  car, à plus basse température, l'hystérésis de la caractéristique  $I(V)$  nous empêche de mesurer le bruit dans une gamme de tension suffisamment large pour avoir un résultat fiable. Dans la gamme de température de 500 à 900 mK, on obtient  $p = 14 \pm 1$ .

Dans la jonction B7, une hystérésis est également présente à basse tempéra-

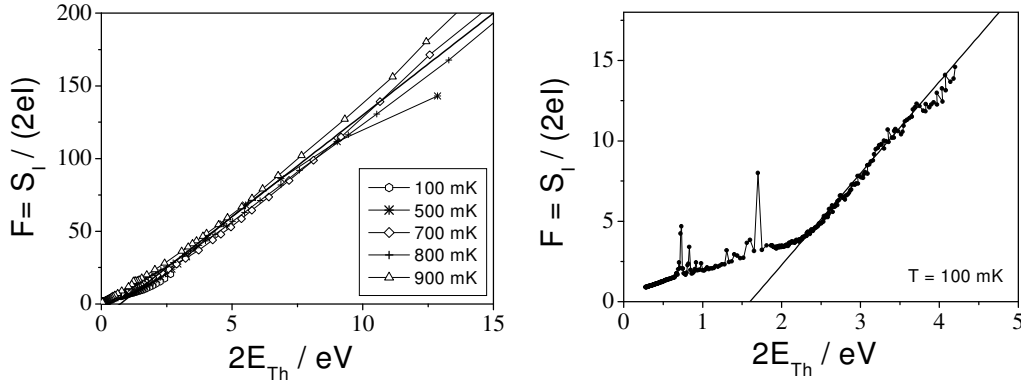


FIG. 5.19 – Facteur de Fano en fonction de  $2E_{Th}/eV$  pour les échantillons A5 (à gauche) et B7 (à droite). Dans le régime cohérent ( $eV < E_{Th}$ ), le bruit augmente proportionnel à  $1/V$  pour les deux jonctions mais avec des pentes différentes.

ture, mais grâce à une énergie de Thouless environ 4 fois plus grande<sup>12</sup>, nous pouvons mesurer le bruit même à  $T = 100 \text{ mK}$  jusqu'à  $V \simeq E_{Th}/2e$ . Pour  $eV < E_{Th}$ , on trouve alors une pente  $p \approx 6$ , environ deux fois plus petite que la pente déduite pour la jonction A5.

On peut donc résumer le comportement du bruit observé expérimentalement dans le régime cohérent par la formule :

$$F = p \left( \frac{2E_{Th}}{eV} \right) - c, \quad (5.8)$$

où  $c$  correspond à un décalage qui est de l'ordre de 10 et dépend légèrement de la température. Sur les valeurs de  $p$ , il existe une incertitude d'au moins 40% due à l'incertitude sur  $E_{Th}$  et d'autres mesures seront nécessaires pour confirmer ces résultats et améliorer sa précision. Il semble cependant que  $p$  soit plus grand que dans le cas des jonctions très courtes considéré par Naveh et Averin. Comme explication possible, nous pouvons proposer que dans les jonctions avec  $E_{Th} < \Delta$  le spectre des états d'Andreev est très différent des spectres dans les jonctions très courtes.

Une autre question à se poser concerne l'influence des interactions inélastiques dans le régime cohérent. Les MAR cohérentes peuvent transférer une charge multiple  $\frac{2E_{Th}}{eV}e$  seulement lorsque le temps de transfert est inférieure au temps de cohérence de phase. Dans le régime incohérent, nous avons utilisé la condition  $\frac{2\Delta}{eV}L \lesssim L_{in}$  pour estimer le nombre de réflexions d'Andreev

<sup>12</sup>il y a une autre différence à noter entre les jonctions A5 et B7 : pour la dernière, nous avons évaporé une fine couche (20 nm) de cuivre sous les réservoirs en aluminium

possibles avant qu'un choc inélastique intervienne, ce qui est équivalent à  $\frac{2\Delta}{eV} = \sqrt{\tau_{in}/\tau_D}$ . Si on applique le même critère au régime cohérent, on obtient  $N = \frac{2E_{Th}}{eV} = \sqrt{\tau_\phi/\tau_D}$ . En s'appuyant sur les résultats trouvés dans le dernier paragraphe, nous pouvons supposer que dans les jonctions étudiées, le temps de cohérence de phase est de l'ordre de  $1\text{ ns}$ . On trouve alors  $N_{A5} \approx 3$  et  $N_{B7} \approx 7$  pour les jonctions A5 et B7. D'après ces estimations, le bruit de grenaille généré par des charges multiples  $Ne$ , devrait saturer autour de  $\frac{2E_{Th}}{eV} = 3$  pour l'échantillon A5. Or, le bruit montre un comportement régulier bien plus loin.

Dans les travaux de Dubos et al. [46], il y a cependant des indications expérimentales (observation de marches de Shapiro sub-harmoniques) que dans le régime cohérent, le critère pour l'interruption des MAR est donné par  $\tau_\phi \approx N\tau_D$ . L'image derrière cette dépendance en  $N$  au lieu de  $N^2$  est la suivante : parmi toutes les trajectoires possibles pour les quasiparticules entre les deux interfaces SN de la jonction, l'établissement d'un état d'Andreev est accompagné du choix d'une trajectoire particulière. Les quasiparticules qui contribuent au transfert cohérent d'une charge multiple dans cet état, ne diffusent plus de manière aléatoire à travers la jonction, mais suivent toutes exactement la même trajectoire, ce qui rend une augmentation du temps de transfert linéaire en  $N$  plausible. Utilisant ce critère, on obtient  $N_{A5} \approx 10$ , ce qui correspond mieux à l'observation expérimentale.

Jusqu'ici, nous avons pris en compte seulement le bruit lié aux charges multiples cohérentes. À côté de celles-ci, des quasiparticules "simples" se propagent également dans la jonction. Cependant, le bruit associé à la diffusion de ces charges  $e$  diminue quand la tension baisse (il suffit de s'imaginer la prolongation du régime d'électrons chauds vers  $V = 0$ ) et il est probablement négligeable devant le bruit généré par les charges multiples.

Des calculs adaptés à la limite des échantillons étudiés ici seraient souhaitables pour pouvoir valider l'interprétation proposée ici.

À côté du bruit de grenaille de charges multiples, d'autres causes pour l'observation d'un bruit d'excès à basse tension dans une jonction SNS sont possibles. Très près de la transition vers l'état sans dissipation (supercourant), la jonction possède une résistance très non-linéaire et par conséquent agit comme mélangeur qui ramène un bruit haute fréquence (d'origine quantique ou extérieure à la jonction) dans la gamme des fréquences de mesure. Nous observons cependant l'augmentation linéaire du bruit avec  $1/V$  dans une gamme de tension où le changement de résistance est modéré (pour l'échantillon A5, cf. la figure 5.18).

## 5.4 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence l'augmentation linéaire du bruit dans le régime des réflexions d'Andreev multiples incohérentes (IMAR) dans les jonctions SNS. Si on prend en compte le bruit des quasiparticules à des énergies  $|\epsilon| > \Delta$ , on obtient un bon accord entre la théorie semi-classique et les données dans une large gamme de température ( $0,1\text{ K}$  à  $0,9\text{ K}$ ) et de tension ( $\Delta/3 \lesssim eV \lesssim 2\Delta$ ). Quand des interactions inélastiques interrompent les IMAR, nous observons un régime d'électrons chauds qui nous a donné accès aux temps de relaxations inélastiques.

Dans les jonctions d'une longueur inférieure à la longueur de cohérence de phase, nous avons observé une transition entre le régime de transport incohérent et cohérent autour de l'énergie de Thouless, se manifestant par un minimum très marqué dans le bruit. Dans le régime cohérent, le bruit diverge proportionnellement à l'inverse de la tension. Ce comportement peut s'expliquer par un bruit de grenaille de charges multiples transférées par des réflexions d'Andreev multiples cohérentes.

Les jonctions SNS de taille intermédiaire entre la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$  et la longueur de cohérence des électrons supraconducteurs  $\xi_N = \sqrt{\hbar D / \Delta}$  sont des objets mésoscopiques exemplaires car on peut piloter le passage du régime de transport cohérent vers le régime incohérent simplement en changeant la tension appliquée aux bornes de l'échantillon. De manière très pratique, on peut alors étudier trois régimes de transport très différents : le transport par des paires (ou multiples de paires) cohérent, le transport de quasiparticules en interaction et le transport par des quasiparticules indépendantes sans interaction.



# Conclusions et perspectives

La mesure du bruit en courant dans des échantillons de faible impédance à l'aide d'un SQUID, est une technique originale avec un grand potentiel d'application. Au cours de cette thèse, nous en avons exploité une petite partie en étudiant les mécanismes de transport électronique dans des structures hybrides supraconducteur - métal normal.

Dans la première structure étudiée - un supraconducteur (TiN) en contact avec un métal très désordonné (silicium dégénéré) - nous avons pu mettre en évidence un doublement du bruit de grenaille à très basse température et faible tension. C'est la première observation d'un bruit poissonien doublé  $S_I = 4eI$  dans une jonction SIN. Ce résultat indique que le transport s'effectue, dans ces échantillons, par le passage décorrélé de paires de charges à travers la barrière Schottky qui se forme à l'interface entre le TiN et le silicium. En même temps, nous avons observé un pic dans la conductance des jonctions autour de la polarisation nulle. Les mesures de bruit confirment l'explication proposée pour l'apparition de ce pic c'est-à-dire la rétro-diffusion cohérente de quasiparticules par le désordre dans le métal normal. Ainsi la probabilité pour une réflexion d'Andreev, processus faisant passer des charges  $2e$  du métal normal vers le supraconducteur, est accrue. Grâce aux mesures de bruit, nous avons également mis en évidence que le courant de quasiparticules augmente fortement avec la tension et domine rapidement le courant de paires dans ces jonctions.

Le deuxième type d'échantillons analysés ont été des jonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur. Dans ce cas, le bruit s'est montré de nouveau révélateur. Il a permis notamment de distinguer un régime de transport dans lequel les paires de charges, induites dans le métal normal par la présence des supraconducteurs, se propagent de façon cohérente sur toute la longueur de la partie normale, d'un régime où celles-ci se séparent en deux quasiparticules indépendantes. Dans le dernier cas (régime incohérent), nous avons observé encore deux domaines de transport très différents. Si les quasiparticules se propagent sans interagir entre elles ou avec des phonons, elles subissent des réflexions d'Andreev multiples incohérentes. Ce mécanisme de



transport se manifeste par une augmentation linéaire du bruit avec la tension, mise en évidence pour la première fois de façon claire dans nos travaux. En revanche, quand les quasiparticules interagissent entre elles de sorte à équilibrer leurs énergies, le bruit est proportionnel à la température effective du gaz de quasiparticules. Par la mesure de cette température, nous avons alors eu accès au temps de relaxation inélastique, ce qui ouvre un autre domaine où l'analyse du bruit peut être utile : l'étude des mécanismes qui limitent la cohérence d'une onde électronique dans un métal. Finalement, nous avons observé une divergence du bruit qui est proportionnel à l'inverse de la tension appliquée dans le régime cohérent de transport. L'analyse de ce régime n'est pas finie à ce jour, et d'autres mesures seront nécessaires. Une interprétation possible pour le comportement observé est le transfert de charges multiples accompagné d'un bruit de grenaille "géant", car proportionnel à ces charges. Les deux types de dispositifs étudiés au cours de cette thèse illustrent la complexité du transport électronique dans des structures mésoscopiques où la présence de désordre et de barrières de potentiel d'un côté et la cohérence de l'onde électronique d'un autre modifient les propriétés de conduction. On observe notamment des phénomènes qui vont à l'encontre de l'intuition (classique), comme par exemple, l'importance croissante des interactions inélastiques à faible tension dans les jonctions SNS ou, encore, l'augmentation de la conductance dans les jonctions SIN par l'augmentation du désordre et donc de la résistance du métal normal. Mais cette thèse montre aussi que la combinaison des mesures complémentaires de bruit et de conductance représente un moyen très puissant pour comprendre ces phénomènes.

Si je résume cette thèse sur un plan plus personnel, je peux dire qu'elle m'a permis de connaître un large spectre de la physique mésoscopique expérimentale, en commençant par le montage et la mise au point du dispositif de mesure sur le réfrigérateur à dilution dans les premiers mois, en passant par la fabrication des échantillons en salle blanche et leur caractérisation en conductance et finalement en ayant la chance d'obtenir des résultats de bruit intéressants.

Le potentiel du dispositif expérimental à SQUID est énorme et beaucoup de projets restent à réaliser. Dans l'état actuel du dispositif, un certain nombre d'expériences se proposent comme suite directe des études présentées dans cette thèse : l'étude plus approfondie du bruit dans le régime cohérent des jonctions SNS pour mettre en évidence le transfert de charges multiples ; la mesure du bruit dans des échantillons SININ, qui sont des systèmes modèles pour le "reflectionless tunneling" ou l'exploitation du régime en interaction dans les échantillons SNS pour étudier les mécanismes de décohérence en variant le matériau du métal normal.

D'autres projets nécessitent des mesures de bruit sous champ magnétique.

On pourrait vérifier, dans les jonctions SIN désordonnées, que le bruit de grenaille retrouve son caractère Schottky -  $2eI$  - lorsque le champ magnétique appliqué fait disparaître l'anomalie à tension nulle observée dans la conductance. L'influence du spin sur le bruit de grenaille dans des structures avec des composants ferromagnétiques pourrait également être abordée sous champ magnétique. Une bobine de champ a déjà été adaptée au calorimètre, mais, manquant de temps, seulement des expériences préliminaires ont été effectuées. Ces études montrent que les bruits parasites sont assez grands, probablement dus aux vibrations de fils de connexions électriques dans le champ. De plus, la résistance de référence en manganin dépend légèrement du champ magnétique. Pour préparer les mesures sous champ, il faudrait donc améliorer le câblage et changer la résistance de référence.

Faute de temps également, nous n'avons pas pu exploité le bruit  $1/f$  pendant cette thèse. Un projet très intéressant serait la mesure du bruit  $1/f$  et du temps de cohérence de phase dans un même échantillon d'un métal diffusif. Le bruit en  $1/f$  est lié au mouvement de défauts. A basse température, ces mouvements changent les interférences quantiques à l'origine de la localisation faible et le bruit en  $1/f$  devient sensible à la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$ . Une saturation de  $L_\phi$  en fonction de la température devrait alors être visible dans le bruit en  $1/f$ . De plus, par l'application d'un champ magnétique, on détruit les interférences quantiques et le bruit en  $1/f$  diminue d'un facteur 2 pour un champ caractéristique qui permet une estimation de  $L_\phi$ . Une mesure de l'effet de faible localisation sur la résistance devient possible dans le même échantillon grâce à la grande sensibilité du SQUID employé comme détecteur pour la résistance différentielle. Différentes sources d'informations sur le temps de cohérence de phase seront alors à la disposition de l'expérimentateur, qui pourraient être complétées par la mesure du bruit de grenaille dans une configuration SNS qui donne accès au temps de relaxation inélastique.

Finalement, on peut également envisager de rajouter un deuxième SQUID au dispositif expérimental pour mesurer les corrélations croisées entre les fluctuations de courant dans différents bras d'une structure multiterminaux. A travers les corrélations croisées, on a par exemple accès à la statistique (fermionique ou bosonique) de particules. Si on divise un faisceau d'électrons dégénérés en deux et mesure les corrélations croisées, on trouve que les fluctuations dans les deux faisceaux partiels sont anticorrélées. Cette anticorrélation due au principe de Pauli a déjà été démontrée dans des systèmes à gaz d'électrons bi-dimensionnel (voir M. Henny et al. et W. D. Olivier et al., Science 284, avril 1999, p.296 et p.299). Avec notre dispositif, on pourrait étudier une situation plus compliquée qui ferait de nouveau intervenir un supraconducteur : quand deux bras d'un métal normal sont connectés à un

réservoir supraconducteur à travers une zone normale commune, la réflexion d'Andreev est le seul mécanisme de transport possible à faible énergie pour passer un courant du supraconducteur vers les bras normaux. Des corrélations positives entre les fluctuations dans les deux bras normaux devraient apparaître quand l'électron et le trou d'une paire d'Andreev partent chacun dans un bras. Ce dispositif devrait aussi permettre de déterminer le caractère des corrélations entre différentes paires d'Andreev. Des corrélations négatives ont été invoquées pour expliquer l'anomalie du bruit à l'énergie de Thouless dans les jonctions SN diffusives.

Il ne manque donc pas de projets pour le futur proche et lointain et je suis sûr que le bruit nous révèle encore quelques surprises.

# Bibliographie

- [1] M. N. ALEXANDER et D. F. HOLOCOMB. Semiconductor to metal transition in n-type group IV semiconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 40(4) :815–829, 1968.
- [2] B. L. ALTSHULER et A. G. ARONOV. Dans A. L. EFROS et M. POLLACK, éditeurs, *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems*, pages 1–153. North-Holland, Amsterdam, 1985.
- [3] B. L. ALTSHULER, L. S. LEVITOV, et A. Yu. YAKOVETS. Nonequilibrium noise in a mesoscopic conductor : a microscopic analysis. *JETP Lett.*, 59 :857, 1994.
- [4] A. F. ANDREEV. The thermal conductivity of the intermediate state in superconductors. *Sov. Phys. JETP*, 19 :1228, 1964.
- [5] A. F. ANDREEV. Electron spectrum of the intermediate state of superconductors. *Sov. Phys. JETP*, 22 :455, 1966.
- [6] A. ANTHORE, F. PIERRE, H. POTHIER, et D. ESTEVE. Magnetic field dependent quasiparticle energy relaxation in mesoscopic wires. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :076806, 2003.
- [7] N. ARGAMAN. Nonequilibrium Josephson-like effects in wide mesoscopic SNS junctions. *Superlattices and Microstructures*, 25(5/6) :861, 1999.
- [8] S. N. ARTEMENKO, A. F. VOLKOV, et A. V. ZAITSEV. On the excess current in microbridges s-c-s and s-c-n. *Solid State Comm.*, 30(12) :771, 1979.
- [9] D. AVERIN et A. BARDAS. ac Josephson effect in a single quantum channel. *Phys. Rev. Lett.*, 75(9) :1831, 1995.
- [10] D. AVERIN et H. T. IMAM. Supercurrent noise in quantum point contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 76(20) :3814, 1996.
- [11] S. J. M. BAKKER, E. van der DRIFT, T. M. KLAPWIJK, H. M. JAEGER, et S. RADELAAR. Observation of carrier-concentration-dependent reflectionless tunneling in a superconductor-two-dimensional-electron-gas-superconductor structure. *Phys. Rev. B*, 49(18) :13275, 1994.

- [12] A. BARDAS et D. V. AVERIN. Electron transport in mesoscopic disordered superconductor-normal metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 56(14) :R8518, 1997.
- [13] C. W. J. BEENAKKER. Quantum transport in semiconductor-superconductor microjunctions. *Phys. Rev. B*, 46(19) :12841, 1992.
- [14] C. W. J. BEENAKKER. Random-matrix theory of quantum transport. *Rev. Mod. Phys.*, 69(3) :731, 1997.
- [15] C. W. J. BEENAKKER. Why does a metal-superconductor junction have a resistance? *cond-mat/9909293*, 1999.
- [16] C. W. J. BEENAKKER et M. BÜTTIKER. Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors. *Phys. Rev. B*, 43(3) :1889, 1992.
- [17] C. W. J. BEENAKKER, M. KINDERMANN, et Yu. V. NAZAROV. Temperature-dependent third cumulant of tunneling noise. *Phys. Rev. Lett.*, 90(17) :176802, 2003.
- [18] C. W. J. BEENAKKER, B. REJAEI, et J. A. MELSEN. Scaling theory of conduction through a normal-superconductor microbridge. *Phys. Rev. Lett.*, 72(15) :2470, 1994.
- [19] C. W. J. BEENAKKER et H. van HOUTEN. Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length. *Phys. Rev. Lett.*, 66(23) :3056, 1991.
- [20] W. BELZIG et Yu. V. NAZAROV. Full current statistics in diffusive normal-superconductor structures. *Phys. Rev. Lett.*, 87(6) :067006, 2001.
- [21] E. V. BEZUGLYI, E. N. BRATUS, V. S. SHUMEIKO, et G. WENDIN. Current noise in long diffusive SNS junctions in the incoherent multiple Andreev reflections regime. *Phys. Rev. B*, 63 :100501, 2001.
- [22] E. V. BEZUGLYI, E. N. BRATUS, V. S. SHUMEIKO, G. WENDIN, et H. TAKAYANAGI. Circuit theory of multiple Andreev reflections in diffusive SNS junctions : the incoherent case. *Phys. Rev. B*, 62(21) :14439, 2000.
- [23] H. BIRK, M. J. M. de JONG, et C. SCHÖNENBERGER. Shot-noise suppression in the single-electron tunneling regime. *Phys. Rev. Lett.*, 75(8) :1610, 1995.
- [24] M. J. BLACK et V. CHANDRASEKHAR. Influence of temperature-dependent inelastic scattering on the superconducting proximity effect. *Europhys. Lett.*, 50(2) :257, 2000.
- [25] Ya. M. BLANTER et M. BÜTTIKER. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 336(1-2) :1, 2000.

- 
- [26] G. E. BLONDER, M. TINKHAM, et T. M. KLAPWIJK. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions : excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. *Phys. Rev. B*, 25(7) :4515, 1982.
  - [27] O. M. BULASHENKO et J. M. RUBÍ. Quantum suppression of shot noise in field emitters. *Phys. Rev. B*, 67 :115322, 2003.
  - [28] M. BÜTTIKER. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 65(23) :2901, 1990.
  - [29] M. BÜTTIKER. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides. *Phys. Rev. B*, 46(19) :12485, 1992.
  - [30] P. CHARLAT, H. COURTOIS, Ph. GANDIT, D. MAILLY, A. F. VOLKOV, et B. PANNETIER. Reentrance of the metallic conductance in a mesoscopic proximity superconductor. *Phys. Rev. Lett.*, 77(24) :4950, 1996.
  - [31] H. COURTOIS, P. CHARLAT, Ph. GANDIT, D. MAILLY, et B. PANNETIER. The spectral conductance of a proximity superconductor and the reentrance effect. *J. Low Temp. Phys.*, 116 :187, 1999.
  - [32] R. CRON, M. F. GOFFMANN, D. ESTEVE, et C. URBINA. Multiple-charge-quanta shot noise in superconducting atomic contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 86(18) :4104, 2001.
  - [33] J. C. CUEVAS, A. MARTÍN-RODERO, et A. Levy YEYATI. Shot noise and coherent multiple charge transfer in superconducting quantum point contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 82(20) :4086, 1999.
  - [34] S. DATTA. *Electronic transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, 1995.
  - [35] P. G. de GENNES. *Superconductivity of metals and alloys*. Addison Wesley, 1966.
  - [36] M. J. M. de JONG et C. W. J. BEENAKKER. Mesoscopic fluctuations in the shot-noise power of metals. *Phys. Rev. B*, 46(20) :13400, 1992.
  - [37] M. J. M. de JONG et C. W. J. BEENAKKER. Doubled shot noise in disordered normal-metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 49(22) :16070, 1994.
  - [38] M. J. M. de JONG et C. W. J. BEENAKKER. Sub-poissonian shot noise in a diffusive conductor. Dans D.C. GLATTLI, M. SANQUER, et J. Trần Thanh VÂN, éditeurs, *Coulomb and interference effects in small electronic structures*. Editions Frontières, France, 1994.

- [39] M. J. M. de JONG et C. W. J. BEENAKKER. Semiclassical theory of shot noise in mesoscopic conductors. *Physica A*, 230 :219, 1996.
- [40] M. J. M. de JONG et C. W. J. BEENAKKER. Shot noise in mesoscopic systems. Dans L.P. KOUWENHOVEN, G. SCHÖN, et L. L. SOHN, éditeurs, *Mesoscopic Electron Transport*. NATO ASI Series E, Kluwer, 1997.
- [41] R. de PICCIOTTO, H. L. STORMER, L. N. PFEIFFER, K. W. BALDWIN, et K. W. WEST. Four-terminal resistance of a ballistic quantum wire. *Nature*, 411 :51, may 2001.
- [42] P. DIELEMAN, H. G. BUKKEMS, T. M. KLAPWIJK, M. SCHICKE, et K. H. GUNDLACH. Observation of Andreev reflection enhanced shot noise. *Phys. Rev. Lett.*, 79(18) :3486, 1997.
- [43] C. A. DIMITRIADIS, S. LOGOTHETIDIS, et I. ALEXANDROU. Schottky barrier contacts of titanium nitride on n-type silicon. *Appl. Phys. Lett.*, 66(4) :502, 1994.
- [44] O. N. DOROKHOV. On the coexistence of localised and extended electronic states in the metallic phase. *Solid State Comm.*, 51(6) :381, 1984.
- [45] P. DUBOS. *Transport électronique dans des nanojonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2000.
- [46] P. DUBOS, H. COURTOIS, O. BUISSON, et B. PANNETIER. Coherent low-energy charge transport in a diffusive S-N-S junction. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :206801, 2001.
- [47] P. DUBOS, H. COURTOIS, B. PANNETIER, F. K. WILHELM, A. D. ZAIKIN, et G. SCHÖN. Josephson critical current in a long mesoscopic S-N-S junction. *Phys. Rev. B*, 63 :064502, 2001.
- [48] R. C. DYNES, V. NARAYANAMURTI, et J. P. GARNO. Direct measurement of quasiparticle-lifetime broadening in a strong-coupled superconductor. *Phys. Rev. Lett.*, 41(21) :1509, 1978.
- [49] A. L. FAUCHÈRE, G. B. LESOVIK, et G. BLATTER. Finite-voltage shot noise in normal-metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 58(17) :11177, 1998.
- [50] U. GAVISH, Y. LEVINSON, et Y. IMRY. Detection of quantum noise. *Phys. Rev. B*, 62(16) :R10637, 2000.
- [51] I. GIAEVER. Metal-insulator-metal tunneling. Dans BURSTEIN et LUNDQUIST, éditeurs, *Tunneling Phenomena in Solids*, pages 19–30. New York, 1969.

- 
- [52] F. GIAZOTTO, M. CECCHINI, P. PINGUE, F. BELTRAM, M. LAZZARINO, D. ORANI, S. RUBINI, et A. FRANCIOSI. Reflectionless tunneling in planar Nb/GaAs hybrid junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 78(12) :1772, 2001.
- [53] D. C. GLATTLI, P. JACQUES, A. KUMAR, P. PARI, et L. SAMINADAYAR. A noise detection scheme with 10 mK noise temperature resolution for semiconductor single electron tunneling devices. *J. Appl. Phys.*, 81(11) :7350, 1996.
- [54] D. GOLUBEV et A. D. ZAIKIN. Quantum decoherence in disordered mesoscopic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 81(5) :1074, 1998.
- [55] A. B. GOUGAM, F. PIERRE, H. POTHIER, D. ESTEVE, et N. O. BIRGE. Comparison of energy and phase relaxation in metallic wires. *J. Low Temp. Phys.*, 118 :447, 2000.
- [56] N. HADACEK. *Etude de films minces et de jonctions Josephson en nitrures supraconducteurs (TiN et NbN) ; application à la logique RSFQ*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2002.
- [57] T. T. HEIKKILÄ, J. SÄRKKÄ, et F. WILHELM. Supercurrent-carrying density of states in diffusive mesoscopic Josephson weak links. *Phys. Rev. B*, 66 :184513, 2002.
- [58] F. W. J. HEKKING et Yu. V. NAZAROV. Interference of two electrons entering a superconductor. *Phys. Rev. Lett.*, 71(10) :1625, 1993.
- [59] F. W. J. HEKKING et Yu. V. NAZAROV. Subgap conductivity of a superconductor-normal-metal tunnel interface. *Phys. Rev. B*, 49(10) :6847, 1994.
- [60] M. HENNY, H. BIRK, R. HUBER, C. STRUNK, A. BACHTOLD, M. KRÜGER, et C. SCHÖNENBERGER. Electron heating effects in diffusive metal wires. *Appl. Phys. Lett.*, 71(6) :773, 1997.
- [61] M. HENNY, S. OBERHOLZER, C. STRUNK, et C. SCHÖNENBERGER. 1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires. *Phys. Rev. B*, 59(4) :2871, 1999.
- [62] J. P. HESSLING, V. S. SHUMEIKO, Yu. M. GALPERIN, et G. WENDIN. Current noise in biased superconducting weak links. *Europhys. Lett.*, 34(1) :49, 1996.
- [63] C. HOFFMANN. Herstellung und Charakterisierung von mesoskopischen Supraleiter-Normalleiter-Heterostrukturen. Diplomarbeit, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2000.
- [64] T. HOSS, C. STRUNK, T. NUSSBAUMER, R. HUBER, U. STAUFER, et C. SCHÖNENBERGER. Multiple Andreev reflection and giant excess



- noise in diffusive superconductor/normal-metal/superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 62(6) :4079, 2000.
- [65] M. HOUZET et F. PISTOLESI. Energy dependance of current noise in superconducting/normal metal junctions. submitted to *Phys. Rev. Lett.*
  - [66] A. W. HULL et N. H. WILLIAMS. Determination of elementary charge  $e$  from measurements of shot-effect. *Phys. Rev.*, 25 :147, 1925.
  - [67] R. A. JALABERT, J.-L. PICHARD, et C. W. J. BEENAKKER. Universal quantum signature of chaos in ballistic transport. *Europhys. Lett.*, 27 :255, 1994.
  - [68] X. JEHL. *Bruit de grenaille dans les jonctions métal normal/supraconducteur*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble I, 1999.
  - [69] X. JEHL, P. PAYET-BURIN, C. BARADUC, R. CALEMCZUK, et M. SANQUER. Andreev reflection enhanced shot noise in mesoscopic SNS junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 83(8) :1660, 1999.
  - [70] X. JEHL, P. PAYET-BURIN, C. BARADUC, R. CALEMCZUK, et M. SANQUER. Superconducting quantum interference device based resistance bridge for shot noise measurements on low impedance samples. *Rev. Sci. Instr.*, 70(6) :2711, 1999.
  - [71] X. JEHL et M. SANQUER. Shot-noise measurements in normal-metal-superconductor junctions and the semiclassical theory. *Phys. Rev B*, 63 :052511, 2001.
  - [72] X. JEHL, M. SANQUER, R. CALEMCZUK, et D. MAILLY. Detection of doubled shot noise in short normal-metal/superconductor junctions. *Nature*, 405 :50, 2000.
  - [73] J. B. JOHNSON. Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :97, 1928.
  - [74] B. D. JOSEPHSON. Possible new effects in superconductive tunneling. *Phys. Lett.*, 1(7) :251, 1962.
  - [75] B. D. JOSEPHSON. Supercurrents through barriers. *Adv. Phys.*, 14 :419, 1965.
  - [76] A. KASTALSKY, A. W. KLEINSASSER, L. H. GREENE, R. BHAT, F. P. MILLIKEN, et J. P. HARBISON. Observation of pair currents in superconductor-semiconductor contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 67(21) :3026, 1991.
  - [77] V. A. KHLUS. Current and voltage fluctuations in microjunctions between normal metals and superconductors. *Sov. Phys. JETP*, 66(6) :1243, 1987.

- 
- [78] T. M. KLAPWIJK, G. E. BLONDER, et M. TINKHAM. Explanation of subharmonic energy gap structure in superconducting contacts. *Physica*, 109/110B :1657, 1982.
  - [79] Sh. KOGAN. *Electric noise and fluctuations in solids*. Cambridge University Press, 1996.
  - [80] Sh. M. KOGAN et A. Ya. SHUL'MAN. Theory of fluctuations in a nonequilibrium electron gas. *Soviet Phys. JETP*, 29(3) :467, 1969.
  - [81] A. A. KOZHEVNIKOV, R. J. SCHOELKOPF, et D. E. PROBER. Observation of photon-assisted noise in a diffusive normal metal-superconductor junction. *Phys. Rev. Lett.*, 84(15) :3398, 2000.
  - [82] A. KUMAR, L. SAMINADAYAR, D. C. GLATTLI, Y. JIN, et B. ETIENNE. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.*, 76(15) :2778, 1996.
  - [83] R. LANDAUER. Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction. *IBM J. Res. Dev.*, 1 :223, 1957.
  - [84] H. LEE, L. S. LEVITOV, et A. Yu. YAKOVETS. Universal statistics of transport in disordered conductors. *Phys. Rev. B*, 51(7) :4079, 1995.
  - [85] F. LEFLOCH, C. HOFFMANN, et O. DEMOLLIENS. Nonlinear flux flow in tin superconducting thin film. *Physica C*, 319 :258, 1999.
  - [86] G. B. LESOVIK. Excess quantum noise in 2d ballistic point contacts. *JETP Lett.*, 49(9) :592, 1989.
  - [87] L. S. LEVITOV et G. B. LESOVIK. Charge distribution in quantum shot noise. *JETP Lett.*, 58(3) :230, 1993.
  - [88] L. S. LEVITOV et M. REZNIKOV. Electron shot noise beyond the second moment. *condmat/0111057*.
  - [89] R. LIU, P. EASTMAN, et Y. YAMAMOTO. Inhibition of elastic and inelastic scattering by the Pauli exclusion principle : suppression mechanism for mesoscopic partition noise. *Solid State Commun.*, 102(11) :785, 1997.
  - [90] P. H. C. MAGNÉE, N. van der POST, P. H. M. KOOISTRA, B. J. van WEES, et T. M. KLAPWIJK. Enhanced conductance near zero voltage bias in mesoscopic superconductor-semiconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 50(7) :4594, 1994.
  - [91] I. K. MARMORKOS, C. W. J. BEENAKKER, et R. A. JALABERT. Three signatures of phase-coherent Andreev reflection. *Phys. Rev. B*, 48(4) :2811, 1993.
  - [92] P. MOHANTY, E. M. Q. JARIWALA, et R. A. WEBB. Intrinsic decoherence in mesoscopic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 78(17) :3366, 1997.

- [93] N. A. MORTENSEN, K. FLENSBERG, et A.-P. JAUHO. Angle dependence of andreev scattering at semiconductor-superconductor interfaces. *Phys. Rev. B*, 59(15) :10176, 1999.
- [94] C. D. MOTCHENBACHER et J. A. CONNELLY. *Low-Noise Electronic System Design*. John Wiley and Sons, 1993.
- [95] K. E. NAGAEV. On the shot noise in dirty metal contacts. *Phys. Lett. A*, 169 :103, 1992.
- [96] K. E. NAGAEV. Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts. *Phys. Rev. B*, 52(7) :4740, 1995.
- [97] K. E. NAGAEV. Long-range Coulomb interaction and frequency dependence of shot noise in mesoscopic diffusive contacts. *Phys. Rev. B*, 57(8) :4628, 1998.
- [98] K. E. NAGAEV. Long-range Coulomb interaction and the crossover between quantum and shot noise in diffusive conductors. *Phys. Rev. B*, 62(8) :5066, 2000.
- [99] K. E. NAGAEV. Frequency-dependent shot noise in long disordered-normal-metal-superconductor contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 86(14) :3112, 2001.
- [100] K. E. NAGAEV. Cascade Boltzmann-Langevin approach to higher-order current correlations in diffusive metal contacts. *Phys. Rev. B*, 66 :075334, 2002.
- [101] K. E. NAGAEV et M. BÜTTIKER. Semiclassical theory of shot noise in disordered superconductor-normal-metal contacts. *Phys. Rev. B*, 63 :081301, 2001.
- [102] Y. NAVEH. Direct determination of the electron-electron mean free path in diffusive mesoscopic samples using shot noise. *Phys. Rev. B*, 58(20) :R13387, 1998.
- [103] Y. NAVEH et D. V. AVERIN. Nonequilibrium current noise in mesoscopic disordered superconductor-normal metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 82(20) :4090, 1999.
- [104] Y. NAVEH, D. V. AVERIN, et K. K. LIKHAREV. Effect of screening on shot noise in diffusive mesoscopic conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 79(18) :3482, 1997.
- [105] Y. NAVEH, D. V. AVERIN, et K. K. LIKHAREV. Shot noise in diffusive conductors : A quantitative analysis of electron-phonon interaction effects. *Phys. Rev. B*, 58(23) :15371, 1998.
- [106] Yu. V. NAZAROV. Limits of universality in disordered conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 73(1) :134, 1994.

- 
- [107] H. NYQUIST. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :110, 1928.
  - [108] S. OBERHOLZER, E. V. SUKHORUKOV, et C. SCHÖNENBERGER. Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature*, 415 :765, February 2002.
  - [109] S. OBERHOLZER, E. V. SUKHORUKOV, C. STRUNK, et C. SCHÖNENBERGER. Shot noise of series quantum point contacts intercalating chaotic cavities. *Phys. Rev. B*, 66 :233304, 2002.
  - [110] M. OCTAVIO, M. TINKHAM, G. E. BLONDER, et T. M. KLAPWIJK. Subharmonic energy-gap structure in superconducting constrictions. *Phys. Rev. B*, 27(11) :6739, 1983.
  - [111] F. PIERRE, A. ANTHORE, H. POTHIER, C. URBINA, et D. ESTEVE. Multiple Andreev reflections revealed by the energy distribution of quasiparticles. *Phys. Rev. Lett.*, 86(6) :1078, 2001.
  - [112] F. PIERRE, A. B. GOUGAM, A. ANTHORE, H. POTHIER, D. ESTEVE, et N. O. BIRGE. Dephasing of electrons in mesoscopic metal wires. *cond-mat/0302235*, 2003.
  - [113] F. PISTOLESI, G. BIGNON, et F. W. J. HEKKING. Supgap noise of a superconductor-normal-metal tunnel interface. *cond-mat/0303165*.
  - [114] W. POIRIER, D. MAILLY, et M. SANQUER. Finite bias anomaly in the subgap conductance of superconductor-GaAs junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 79(11) :2105, 1997.
  - [115] H. POTHIER, S. GUÉRON, D. ESTEVE, et M. H. DEVORET. Flux-modulated Andreev current caused by electronic interference. *Phys. Rev. Lett.*, 73(18) :2488, 1994.
  - [116] D. QUIRION. *Transport cohérent et spectroscopie tunnel dans les hétérostructures supraconductrices*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2001.
  - [117] D. QUIRION, C. HOFFMANN, F. LEFLOCH, et M. SANQUER. Mesoscopic proximity effect in double-barrier superconductor/normal-metal junctions. *Phys. Rev. B*, 65 :100508, 2002.
  - [118] D. QUIRION, F. LEFLOCH, et M. SANQUER. Proximity effect in planar TiN-Silicon junctions. *J. Low Temp. Phys.*, 120(5/6) :361, 2000.
  - [119] B. REULET, A. A. KOZHEVNIKOV, D. E. PROBER, W. BELZIG, et Yu.V. NAZAROV. Phase sensitive shot noise in an Andreev interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 90(6) :066601, 2003.
  - [120] B. REULET, J. SENZIER, et D. E. PROBER. Measurement of the third moment of current fluctuations in a tunnel junction. *cond-mat/0302084*, 2003.

- [121] M. REZNIKOV, M. HEIBLUM, H. SHTRIKMAN, et D. MAHALU. Temporal correlation of electrons : Suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 75(18) :3340, 1995.
- [122] P. ROCHE, H. PERRIN, D. C. GLATTLI, H. TAKAYANAGI, et T. AKAZAKI. Enhanced shot noise in long quasi-diffusive S-N-S junctions. *Physica C*, 352 :73, 2001.
- [123] P.-E. ROCHE, M. KOCIK, S. GUÉRON, A. KASUMOV, B. REULET, et H. BOUCHIAT. Very low shot noise in carbon nanotubes. *Eur. Phys. J. B*, 28 :217, 2002.
- [124] M. L. ROUKES, M. R. FREEMAN, R. S. GERMAIN, R. C. RICHARDSON, et M. B. KETCHEN. Hot electrons and energy transport in metals at millikelvin temperatures. *Phys. Rev. Lett.*, 55(4) :422, 1985.
- [125] P. SAMUELSSON. Energy dependent counting statistics in superconducting tunnel junctions. *Phys. Rev. B*, 67 :054508, 2003.
- [126] M. SCHECHTER, Y. IMRY, et Y. LEVINSON. Density of states and reflectionless tunneling in NS junction with a barrier. cond-mat/9709248.
- [127] M. SCHECHTER, Y. IMRY, et Y. LEVINSON. Reflectionless tunneling in ballistic normal-metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 64 :224513, 2001.
- [128] E. SCHEER, N. AGRAÏT, J. C. CUEVAS, A. Levy YEYATI, B. LUDOPH, A. MARTÍN-RODERO, G. R. BOLLINGER, J. van RUITENBEEK, et C. URBINA. The signature of chemical valence in the electrical conduction through a single-atom contact. *Nature*, 394 :154, July 1998.
- [129] K. M. SCHEP et G. E. W. BAUER. Universality of transport through dirty interfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 78(15) :3015, 1997.
- [130] R. J. SCHOELKOPF, P. J. BURKE, A. A. KOZHEVNIKOV, D. E. PROBER, et M. J. ROOKS. Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 78(17) :3370, 1997.
- [131] R. J. SCHOELKOPF, A. A. KOZHEVNIKOV, D. E. PROBER, et M. J. ROOKS. Observation of "photon-assisted" shot noise in a phase-coherent conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 80(11) :2437, 1998.
- [132] C. SCHÖNENBERGER, S. OBERHOLZER, E.V. SUKHORUKOV, et H. GRABERT. Shot noise in Schottky's vacuum tube is classical. cond-mat/0112504, 2001.
- [133] W. SCHOTTKY. Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 57 :541, 1918.
- [134] Yu. V. SHARVIN. A possible method for studying Fermi surfaces. *Sov. Phys. JETP*, 21 :655, 1965.

- 
- [135] L. SPIETZ, K. W. LEHNERT, I. SIDDIQI, et R. J. SCHOELKOPF. Primary electronic thermometry using the shot noise of a tunnel junction. *Science*, 300 :1929, June 2003.
  - [136] A. H. STEINBACH, J. M. MARTINIS, et M. H. DEVORET. Observation of hot-electron shot noise in a metallic resistor. *Phys. Rev. Lett.*, 76(20) :3806, 1996.
  - [137] M. P. V. STENBERG et T. T. HEIKKILÄ. Nonlinear shot noise in mesoscopic diffusive normal-superconducting systems. *Phys. Rev. B*, 66 :144504, 2002.
  - [138] C. STRUNK et C. SCHÖNENBERGER. Shot noise in diffusive superconductor/normal metal heterostructures. Dans *Proceedings of the NATO ARW on Quantum Noise in Mesoscopic Physics*, 2002.
  - [139] S. M. SZE. *Physics of Semiconductor Devices*. John Wiley and Sons, 1981.
  - [140] R. TABORYSKI, J. KUTCHINSKY, J. B. HANSEN, M. WILDT, C. B. SØRENSEN, et P. E. LINDELOF. Multiple Andreev reflections in diffusive SNS structures. *Superlattices and Microstructures*, 25(5/6) :829, 1999.
  - [141] M. TINKHAM. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, New York, 2ieme édition, 1996.
  - [142] H. E. van den BROM et J. M. van RUITENBEEK. Quantum suppression of shot noise in atomic-size metallic contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 82(7) :1526, 1999.
  - [143] P. C. van SON, H. van KEMPEN, et P. WYDER. Andreev reflection and geometrical resonance effects for a gradual variation of the pair potential near the normal-metal-superconductor interface. *Phys. Rev. B*, 37(10) :5015, 1988.
  - [144] B. J. van WEES, P. de VRIES, P. MAGNÉE, et T. M. KLAPWIJK. Excess conductance of superconductor-semiconductor interfaces due to phase conjugation between electrons and holes. *Phys. Rev. Lett.*, 69(3) :510, 1992.
  - [145] B. J. van WEES, H. van HOUTEN, C. W. J. BEENAKKER, J. G. WILLIAMSON, L. P. KOUWENHOVEN, D. van der MAREL, et C. T. FOXON. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60(9) :848, 1988.
  - [146] A. F. VOLKOV. Theory of the current-voltage characteristics in superconductor-semiconductor junctions. *Phys. Lett. A*, 174 :144, 1993.
  - [147] A. F. VOLKOV. The proximity effect and subgap conductivity in superconductor-barrier-normal metal contacts. *Physica B*, 203 :267, 1994.

- [148] A. F. VOLKOV et T. M. KLAPWIJK. Microscopic theory of superconducting contacts with insulating barriers. *Phys. Lett. A*, 168 :217, 1992.
- [149] A. F. VOLKOV, A. V. ZAITSEV, et T. M. KLAPWIJK. Proximity effect under nonequilibrium conditions in double-barrier superconducting junctions. *Physica C*, 210 :21, 1993.
- [150] J. VRANKEN, C. Van HAESENDONCK, et Y. BRUYNSERAEDE. Enhanced magnetic surface scattering of weakly localized electrons. *Phys. Rev. B*, 37(14) :8502, 1988.
- [151] S. WASHBURN et R. A. WEBB. Quantum transport in small disordered samples from the diffusive to the ballistic regime. *Rep. Prog. Phys.*, 55 :1311–1383, 1992.
- [152] M. B. WEISSMAN.  $1/f$  noise and other slow, nonexponential kinetics in condensed matter. *Rev. Mod. Phys.*, 60(2) :537, 1988.
- [153] F. C. WELLSTOOD, C. URBINA, et J. CLARKE. Hot-electron effects in metals. *Phys. Rev. B*, 49(9) :5942, 1994.
- [154] D. A. WHARAM, T. J. THORNTON, R. NEWBURY, M. PEPPER, H. AHMED, J. E. F. FROST, D. G. HASKO, D. C. PEACOCK, et G. A. C. JONES. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 21 :L209, 1988.
- [155] D. R. WHITE, R. GALLEANO, A. ACTIS, H. BRIXY, M. De GROOT, J. DUBBELDAM, A. L. REESINK, F. EDLER, H. SAKURAI, R. L. SHEPARD, et J. C. GALLOP. The status of Johnson noise thermometry. *Metrologia*, 33(4) :325, 1996.
- [156] F. K. WILHELM, G. SCHÖN, et A. D. ZAIKIN. Mesoscopic superconducting-normal metal-superconducting transistor. *Phys. Rev. Lett.*, 81(8) :1682, 1998.
- [157] F. K. WILHELM, A. D. ZAIKIN, et G. SCHÖN. Supercurrent in a mesoscopic proximity wire. *J. Low Temp. Phys.*, 106(3/4) :305, 1997.
- [158] F. ZHOU, P. CHARLAT, B. SPIVAK, et B. PANNETIER. Density of states in superconductor-normal-metal-superconductor junctions. *J. Low Temp. Phys.*, 110(3/4) :841, 1998.

## Publications concernant les résultats présentés dans cette thèse

*Inelastic relaxation and noise temperature  
in S/N/S junctions*

The European Physical Journal B  
volume **29** p. 629-633 (2002)

*Doubled Full Shot Noise in Quantum Coherent  
Superconductor-Semiconductor Junctions*

Physical Review Letters  
volume **90** p. 067002 (2003)

*Mesoscopic transition in the shot noise of diffusive  
SNS junctions*

soumis à Physical Review Letters (novembre 2003)





## Inelastic relaxation and noise temperature in S/N/S junctions

C. Hoffmann<sup>a</sup>, F. Lefloch, and M. Sanquer

Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée / SPSMS / LCP, CEA-Grenoble, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 09, France

Received 5 February 2002 / Received in final form 6 September 2002

Published online 31 October 2002 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2002

**Abstract.** We studied electronic relaxation in long diffusive superconductor/normal metal/superconductor (S/N/S) junctions by means of current noise and transport measurements down to very low temperature (100 mK). Samples with normal metal lengths of 4, 10 and 60  $\mu\text{m}$  have been investigated. In all samples the shot noise increases very rapidly with the voltage. This is interpreted in terms of enhanced heating of the electron gas confined between the two S/N interfaces. Experimental results are analyzed quantitatively taking into account electron-phonon interaction and heat transfer through the S/N interfaces. Transport measurements reveal that in all samples the two S/N interfaces are connected incoherently, as shown by the reentrance of the resistance at low temperature. The complementarity of noise and transport measurements allows us to show that the energy dependence of the reentrance at low voltage is essentially due to the increasing effective temperature of the quasiparticles in the normal metal.

**PACS.** 74.50.+r Proximity effects, weak links, tunneling phenomena, and Josephson effects – 74.80.Fp Point contacts; SN and SNS junctions – 73.50.Td Noise processes and phenomena

The profound comprehension of the current transport in metals is a topic of permanent interest [1,2]. With the progress in thin film technology a great number of studies deal with coherence phenomena at low temperature in metallic samples of length  $L$  shorter than the phase coherence length  $L_\phi$  (mesoscopic regime). In this context, a lot of works focus on inelastic processes and for instance, on the apparent saturation of the phase breaking length [3,4]. Current noise measurement is particularly well suited to such investigations because it is sensitive to energy relaxation processes and gives access to the involved inelastic scattering length  $L_{in}$  [5,6].

Current noise in diffusive mesoscopic normal metals connected to two normal reservoirs (N/N/N-case) has been studied by various groups [7–9]. Using a Boltzmann-Langevin approach the current noise is given by [10]:

$$S_I = \frac{4}{RL} \int_{-L/2}^{L/2} dx \int d\epsilon f(\epsilon, x) [1 - f(\epsilon, x)], \quad (1)$$

where  $f$  is the distribution function of the electrons and  $R$  the resistance of the sample. In the regime  $L \ll L_{in}$ , the noise is reduced by a factor 3 compared to the Schottky value  $2eI$ . If the length of the sample exceeds  $L_{in}$ , the electron gas can be described by a Fermi distribution with

an effective temperature  $T_e$  and equation (1) simplifies to:

$$S_I = \frac{4k_B}{RL} \int_{-L/2}^{L/2} dx T_e(x) = \frac{4k_B \overline{T_e}}{R}. \quad (2)$$

Electron-electron (e-e) and electron-phonon (e-ph) scattering affect the noise differently. On one hand, the e-e interaction redistributes the energy of the electron system and  $T_e$  increases due to an increasing number of electronic states that contribute to the noise. On the other hand, the power injected by the bias current in the sample can be dissipated to the lattice through e-ph interaction and  $T_e$  decreases.

In S/N/S junctions, coherent electron-hole pairs penetrate from the superconductor into the normal metal over a distance  $L_c = \min(L_\phi, \xi_\epsilon = \sqrt{\hbar D/\epsilon})$  with  $\epsilon = \max(k_B T, eV)$  and  $D$  the diffusion constant of the normal metal. If the sample length is smaller than  $L_c$  (coherent case), the phase coherence covers the entire normal region and the Josephson effects determine conductance and noise behavior at low voltage. In this case, the conductance exhibits clear subgap structures (SGS) and the noise is strongly enhanced compared to the normal case due to the coherent transfer of large charge quanta [11,12].

In this paper we consider the incoherent case where  $L \gg L_c$ . This regime has been recently studied theoretically by Bezuglyi *et al.* [13] and Nagaev [14]. They show that the noise is enhanced compared to normal junctions (N/N/N) because of the confinement of the subgap

<sup>a</sup> e-mail: hoffmann@drfmc.ceng.cea.fr

electrons in the normal part between the superconducting electrodes. If no inelastic processes take place ("collisionless regime") and in the zero temperature limit the noise increases linearly with the bias voltage:

$$S_I(V) = \frac{2}{3R}(eV + 2\Delta), \quad (3)$$

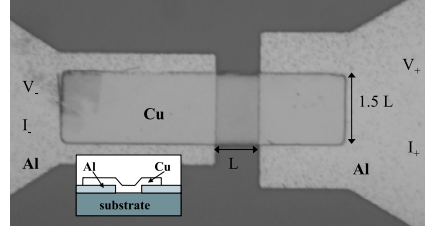
where  $\Delta$  is the gap of the superconductor.

A simplified model to illustrate this behavior is the following: an electron with an energy  $eV \ll \Delta$  can not escape in the superconducting reservoirs due to the absence of electronic states in the gap. Instead, it enters the superconductor together with a second electron as a Cooper pair and a hole is retroreflected in the normal metal (Andreev reflection). The reflected hole travels the normal region a second time and is retroreflected as an electron at the other S/N interface and so on. In the incoherent case the phase information between two subsequent Andreev reflections is lost. Therefore the quasiparticles experience Incoherent Multiple Andreev Reflections (IMAR). During each travel across the junction, the gain in energy is equal to  $eV$ , where  $V$  is the applied voltage. Therefore the quasiparticles travel the normal part of the junction  $N$  times with  $N = \text{int}[2\Delta/(eV) + 1]$  before acquiring enough energy to escape in the superconducting electrode. Within this description, the total noise is the shot noise in a diffusive normal metal at zero temperature  $\frac{1}{2}2eI$  times  $N$ .

At low voltage and finite temperature, the effective length of the junction for the multiply retroreflected particles  $L_{\text{eff}} = NL \sim L\Delta/V$  exceeds the inelastic length  $L_{\text{in}}$ . In this "interacting regime" e-e-collisions interrupt the IMAR cycle before the quasiparticles reach the gap. In the case of strong interaction a Fermi distribution with an effective temperature  $T_e$  is restored.  $T_e$  decreases with decreasing voltage and reaches equilibrium (lattice temperature) at zero bias. Simultaneously the noise drops from the strongly enhanced level described by equation (3) to the Johnson-Nyquist level. Contrary to the N/N/N-case, e-e-interactions reduce the energy window of the involved electronic states.

Note that the voltage dependence of the effective length  $L_{\text{eff}}$  in S/N/S junctions provides a unique way to study inelastic interactions in a normal metal because the same sample can be tuned from the strongly thermalized regime to the collisionless regime simply by changing the applied voltage.

On the experimental side only a few results are reported on current noise in incoherent diffusive S/N/S junctions at present. Besides measurements on short (coherent) junctions, Hoss *et al.* [12] also addressed the incoherent case. They studied  $2 \mu\text{m}$  long Nb/Au/Nb junctions in the interacting regime over the entire voltage range because of the large superconducting gap of Nb. In a paper by Roche *et al.* [17] the length of the normal part is also about  $2 \mu\text{m}$ , and despite the use of a high mobility 2DEG as the normal part, the e-ph scattering rate is high enough to drive the junction in the interacting regime. Finally Jehl *et al.* studied Nb/Al/Nb junctions at relatively high temperatures which behave as two S/N contacts in series [15].



**Fig. 1.** Photography of a typical sample (here  $L = 4 \mu\text{m}$ ) and schematic cross section. All the dimensions scale with the length  $L$ .

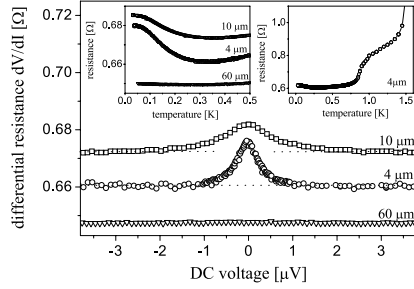
Using a different technique Pierre *et al.* measured directly the distribution function in long S/N/S junction but only at energies above the gap [16].

Whereas all these works investigated contacts with a length  $L \leq 5 \mu\text{m}$ , we deliberately choose to study longer junctions ( $4, 10$  and  $60 \mu\text{m}$ ) to determine the respective role of e-e collisions, e-ph collisions and heat transfer through the S/N interfaces on the shot noise in S/N/S junctions. Moreover, to see the crossover from the interacting regime to the collisionless regime, we used aluminium because of its small superconducting gap. Because of the very small phase coherence length in the normal metal we used (see below), we have an almost perfect realization of the regime of IMAR.

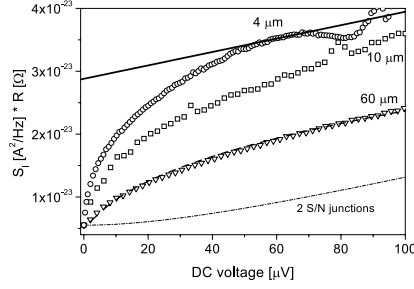
To measure the current fluctuations we used a SQUID-based experimental setup [18]. The intrinsic noise is about  $10 \mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$  which is equivalent to  $2 pA/\sqrt{Hz}$  in the input coil of the SQUID. The same experimental setup has been used to perform transport measurements.

Samples were fabricated by DC magnetron sputtering and optical lithography. First, a bilayer of Al/Cu ( $130 \text{ nm}/30 \text{ nm}$ ) is deposited in situ to ensure a good contact between the two metals. This bilayer is etched to define the electrodes. Then the copper bridge (thickness  $130 \text{ nm}$ , purity of the Cu target: 99.9999%) is deposited by lift-off, preceded by a short backsputtering to clean the copper surface. Finally the whole sample is etched to remove the copper film from the aluminium electrodes. The resulting thickness of the copper bridge is  $90 \text{ nm}$ . A typical sample and a schematic cross section are shown in Figure 1.

We studied junctions with 3 different lengths  $L$ :  $4$ ,  $10$  and  $60 \mu\text{m}$ , but with the same width/length ratio:  $w/L \approx 3/2$ . All samples originate from the same wafer. In spite of very different overlap surfaces between aluminium and copper (because all dimensions scale with the length  $L$ ), all samples have roughly the same resistance of about  $0.65 \Omega$ , which indicates a good interface (small barrier resistance). Below the transition of the Al electrodes at  $1.5 \text{ K}$  and the transition of the Al/Cu bilayer (overlap region) at about  $1 \text{ K}$  (see right inset of Fig. 2), the measured resistance is therefore essentially that of the normal part



**Fig. 2.** Differential resistance  $dV/dI$  versus DC voltage at 100 mK for 3 samples with different lengths (data for the 60  $\mu\text{m}$  sample are shifted by  $+0.06 \Omega$ ). Right inset: Resistance versus temperature for a slightly different 4  $\mu\text{m}$  sample. Left inset: The resistance of the 3 samples at very low temperatures.



**Fig. 3.** Current noise density times the resistance  $R = V/I$  versus DC voltage at  $T = 100$  mK. Dot-dashed line: expected noise of 2 S/N junctions in series. Solid straight line: Theoretical prediction [13,14] in the collisionless regime with  $\Delta = 135 \mu\text{eV}$ . Dashed line: Fit taking into consideration e-ph interaction (see text).

of the junctions. We then deduce the diffusion constant in copper:  $D = 30 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . We confirmed this value by measuring the resistance of a meander line consisting of 700 squares in series, which was cosputtered on the same wafer.

In the temperature range from 1 K to 0.3 K the resistance decreases as expected in the classical proximity-effect. This fact and the reduced transition temperature of the bilayer are other indications of clean S/N interfaces. The resistance does not go down to zero since the sample lengths are much greater than the thermal length  $L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}} \approx 0.9 \mu\text{m}$  at  $T = 30$  mK. Therefore no supercurrent is observed. On the contrary, at low temperatures ( $T < 0.3$  K), the resistance increases again. This behavior is very similar to the reentrance in S/N junctions first observed by Charlat *et al.* [19]. It means the two S/N interfaces of the junctions are connected incoherently. The temperature  $T_r$  at which the resistance behavior changes is related to the phase breaking length  $L_\phi$  by  $k_B T_r \approx \hbar D / L_\phi^2$  [22] (leading to  $L_\phi \approx 0.3 \mu\text{m}$ ) and is independent of  $L$  (see left inset of Fig. 2). Such a large phase breaking rate is usual for Cu layers probably because of paramagnetic centers in the Cu oxide at the surface [20,21]. The relative amplitude of the reentrance increases as the length  $L$  decreases since the relative volume of the sample which is affected by coherent pairs increases.

The voltage dependence of the differential resistance  $dV/dI$  measured at  $T = 100$  mK (Fig. 2) confirms the reentrance behavior. As for the temperature dependence, the amplitude and width of the reentrance peak depend on the width of the sample. However, we clearly see that the voltage needed to destroy the effect (2  $\mu\text{V}$  and 4  $\mu\text{V}$  for the 4  $\mu\text{m}$  and 10  $\mu\text{m}$  samples) is much smaller than  $\frac{\hbar v_F}{k_B T_r}$ . As suggested in other experiments [22,23], this apparent discrepancy is due to a heating effect. Because we performed conductance and noise measurements simultaneously, we

know the electronic temperature at low voltage. Anticipating the detailed description of noise measurements below, we found that the electron gas reaches a temperature of 0.23 K at 2  $\mu\text{V}$  for the 4  $\mu\text{m}$  sample and 0.2 K at 4  $\mu\text{V}$  for the 10  $\mu\text{m}$  sample. Consequently the rapid destruction of the reentrance peak is essentially due to the dramatic increase of  $T_e$  at low bias voltage.

At higher voltage ( $V \approx 70 \mu\text{V}$ ) the bilayer (or at least part of it) is driven in the normal state, and a large peak occurs in the differential resistance (not shown).  $dV/dI$  changes by only approximately 10% up to  $V = 70 \mu\text{V}$  and over this voltage range, we do not observe subharmonic gap structures (SGS) as expected in our experimental situation.

SGS appear at voltages  $V = 2\Delta/ne$  due to the singularity in the DOS of the superconductor at the gap edges and, especially for junctions with high transparent interfaces, to the strongly enhanced probability of Andreev reflection at low energy. The latter is caused by the proximity effect in the normal metal [24]. In our samples the DOS singularities are smeared by the bilayer structure of the electrodes (Al/Cu with good interface) and the proximity corrections are very small because of the very short correlation length  $L_c$ . Moreover the SGS of high order ( $n \geq 4$  because  $70 \mu\text{eV} \approx \Delta/2$ ) are usually very weak and additionally smeared out by inelastic scattering at low voltage.

The results of the noise measurements at  $T = 100$  mK are shown in Figure 3 where we have plotted the current noise density  $S_I$  times the resistance  $R = V/I$  versus DC voltage. The noise increases more rapidly with the bias voltage than what is expected for two independent S/N junctions in series with a reservoir in between (see dot-dashed line in Fig. 3), and we do not see the thermal crossover towards the Johnson-Nyquist noise level at  $eV \approx k_B T \approx 9 \mu\text{V}$ . The noise enhancement in these

S/N/S junctions is due to the confinement of the quasiparticles between the two superconducting electrodes. With increasing sample length the confinement is relaxed by e-ph interaction and the noise slope at low voltage becomes less important.

At  $V \approx 50 \mu\text{V}$ , the noise of the  $4 \mu\text{m}$  sample approaches a straight line compatible with the prediction in the collisionless regime (Eq. (3)) with  $\Delta = 135 \mu\text{eV}$ . The gap value is reduced compared to the pure Al film ( $\Delta \approx 200 \mu\text{eV}$ ) because of the bilayer structure of the superconducting electrodes. The reduction factor is the same as for the transition temperature.

At higher voltages ( $V \geq 70 \mu\text{V}$ ) the noise shows an irregular behavior which reflects the transition of the bilayer. In this voltage range, all IMAR cycles end by injecting a quasiparticle above the gap in the superconductor. Consequently, many quasiparticles arrive in the superconducting electrodes and weaken the superconductivity. Therefore, the voltage driven transition of the bilayer could be related to the collisionless regime itself.

In the following we focus on the interacting regime at low voltage where the electron gas can be described by a Fermi distribution function with an effective temperature  $T_e$ . Unlike normal junctions where the injected power can be evacuated in the reservoirs, in S/N/S junctions only quasiparticles with energy above the gap can dissipate power. When the sample length is long enough, some heat can be transferred to the phonons through e-ph-scattering. These two mechanisms are covered with our experiments since we studied long to very long junctions.

For the longest junction ( $60 \mu\text{m}$ ) we suppose cooling by phonons to be dominant. The electron temperature  $T_e$  is then nearly constant over the whole sample length and can be calculated by a heat-diffusion equation [9,26]. It yields:

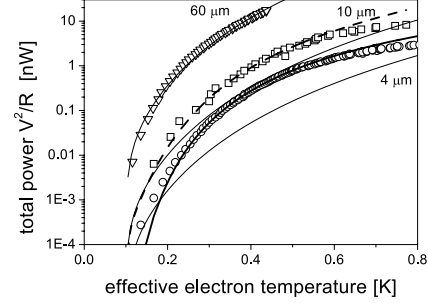
$$T_e = \left( \frac{P}{\Sigma\Omega} + T_{ph}^5 \right)^{1/5}, \quad (4)$$

where  $P$  is the power injected in the sample,  $\Omega$  its volume and  $T_{ph}$  the temperature of the phonon bath (equal to the temperature of the mixing chamber). The parameter  $\Sigma$  is the e-ph coupling constant [26]. The noise is then given by  $4k_B T_e / R$  and we obtain the best fit (see Figs. 3 and 4) for  $\Sigma = 2.4 \times 10^9 \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-5}$ , a value which is of the same order of magnitude as reported for Au, Ag, Cu and AuCu [9,16,25,26].

For the shortest junctions ( $4 \mu\text{m}$ ) e-ph-scattering is not very efficient because the volume  $\Omega$  is much smaller and the main cooling mechanism is the heat transfer by quasiparticles through the S/N interfaces outside the gap region. Following Bezuglyi *et al.* [13] the noise at low voltage is given by the Nyquist formula with a cut off at  $T_e$  of the order of  $\Delta$ :

$$S_I = \frac{4k_B T_e}{R} \left( 1 - 2 \exp \left[ -\frac{\Delta}{k_B T_e} \right] \right). \quad (5)$$

Here the reservoirs are supposed at  $T = 0 \text{ K}$ . In fact, we can neglect the finite temperature of the electrodes



**Fig. 4.** Total power injected in the junctions as a function of the effective electron temperature in the normal part at a base temperature  $T = 100 \text{ mK}$  (symbols) and theoretical predictions: thin solid lines – power dissipated by e-ph-scattering according to equation (4) for the 3 samples respectively; thick solid line – power dissipated through the S/N interfaces according to equation (6) for the  $4 \mu\text{m}$  sample; dashed line – sum of the contributions of the two cooling mechanisms for the  $10 \mu\text{m}$  sample.

because the quasiparticle temperature is rapidly much larger than the base temperature. From the measured noise  $S_I(V)$  we obtain the effective electron temperature in the normal metal as a function of voltage  $T_e(V)$  solving equation (5) numerically with  $\Delta = 135 \mu\text{eV}$ .

Figure 4 shows the total power  $V^2/R$  as a function of the effective temperature of the quasiparticles. For the  $4 \mu\text{m}$  sample, we then compare the experimental results to the theoretical prediction obtained by Bezuglyi *et al.* [13] who derived the power dissipated through the S/N interfaces as a function of the effective electron temperature at small voltage  $eV \ll \Delta$  in good agreement with numerical simulations by Nagaev [14]. The fit in Figure 4 (thick solid line) is given by:

$$P_{NS} \approx \frac{V^2}{R} = \frac{k_B T_e \Delta}{e^2 W_e R} \left( 1 + \frac{k_B T_e}{\Delta} \right) \exp \left[ -\frac{\Delta}{k_B T_e} \right]. \quad (6)$$

with  $W_e = \tau_{ee}(\Delta)/\tau_D$  where  $\tau_{ee}(\Delta)$  is the e-e-scattering time at the gap energy and  $\tau_D$  the diffusion time. We obtain good agreement between the experimental data and the prediction with  $W_e = 0.7 \pm 0.2$ . This value is of the same order as the theoretical estimation of  $W_e$  ( $W_e = 2.3$ ) using the standard theory of e-e-interaction in a 2D geometry [28]. A small but finite interface resistance would renormalize this estimation [24] and could give a better agreement. The fact that  $W_e \approx 1$  indicates that the e-e-scattering time at the gap energy is of the order of the diffusion time  $\tau_D \approx 5 \text{ ns}$  and is two orders of magnitude larger than the phase coherence time found above ( $L_\phi \approx 0.3 \mu\text{m}$  corresponds to  $\tau_\phi \approx 0.03 \text{ ns}$ ).

Note that the theoretical model applied here is especially dedicated to incoherent S/N/S junctions and

therefore more appropriate than the usually used Blonder-Tinkham-Klapwijk (BTK) model [12,27,29] and its derivatives [30].

For comparison we also plotted in Figure 4 the power  $P_{ph}$  dissipated by the phonons in the  $4\ \mu\text{m}$  sample using the value of  $\Sigma$  obtained for the  $60\ \mu\text{m}$  sample (thin solid line). In the range 200 to 600 mK,  $P_{ph}$  is about five times smaller than  $P_{NS}$  and the error that we make neglecting this contribution is covered by the uncertainty on  $W_e$  given above.

Concerning the intermediate sample of length  $10\ \mu\text{m}$  the power dissipated by phonons and through the interfaces is of the same order of magnitude. Extracting  $T_e$  from equation (5), we fit the total power by adding the contributions of the two cooling mechanisms, treated separately according to equations (4, 6). We obtain good agreement (see dashed line in Fig. 4) with the following parameters:  $\Delta = 135\ \mu\text{eV}$ , the same value of  $\Sigma$  as for the  $60\ \mu\text{m}$  sample and  $W_e = 0.3 \pm 0.1$  (theoretical estimation  $W_e \approx 0.4$ ).

In conclusion, we investigated IMAR enhanced current noise in long S/N/S junctions of very different lengths ( $4, 10$  and  $60\ \mu\text{m}$ ). We found that the noise temperature increases very rapidly at low voltage. We deduce the energy dependence of the thermal conductivity of the S/N interfaces which is in good agreement with recent semiclassical theory [13,14]. The noise behavior of the longest sample can be well fitted taking into account only phonon cooling. The inelastic scattering times we deduced are in agreement with standard description of e-e and e-ph interaction. With the same experimental setup we performed transport measurements. They reveal that in all the samples the two S/N interfaces are connected incoherently, indicating  $L_\phi \ll L_{in}$ . The complementarity of transport and noise measurements provided a direct analysis of the voltage dependence of the reentrance in terms of an effective electron temperature.

We would like to acknowledge E.V. Bezuglyi and V.S. Shumeiko for valuable discussions and J.L. Thomassin for technical support.

## References

1. *Les Houches, Session LXI. Mesoscopic Quantum Physics* (Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1995), xlii+791
2. D. Quirion, C. Hoffmann, F. Lefloch, M. Sanquer, Phys. Rev. B **65**, 100508(R) (2002)
3. P. Mohanty, E.M.Q. Jariwala, R.A. Webb, Phys. Rev. Lett. **78**, 3366 (1997)
4. F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, M.H. Devoret, A.B. Gougam, N.O. Birge in *Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Size Dependent Magnetic Scattering*, edited by V. Chandrasekhar, C. Van Haesendonck (Kluwer, 2001)
5. Y. Naveh, Phys. Rev. B **58**, R13387 (1998); Y. Naveh, D.V. Averin, K.K. Likharev, Phys. Rev. B **58**, 15371 (1998)
6. Ya.M. Blanter, M. Büttiker, Phys. Rep. **336**, (2000)
7. A.H. Steinbach, J.M. Martinis, M.H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **76**, 3806 (1996)
8. R.J. Schoelkopf, P.J. Burke, A.A. Kozhevnikov, D.E. Prober, M.J. Rooks, Phys. Rev. Lett. **78**, 3370 (1997)
9. M. Henny, H. Birk, R. Huber, C. Strunk, A. Bachtold, M. Krüger, C. Schönenberger, Appl. Phys. Lett. **71**, 773 (1997); M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, C. Schönenberger, Phys. Rev. B **59**, 2871 (1999)
10. K.E. Nagaev, Phys. Lett. A **169**, 103 (1992), K.E. Nagaev, Phys. Rev. B **52**, 4740 (1995)
11. J.C. Cuevas, A. Martín-Rodero, A. Levy Yeyati, Phys. Rev. Lett. **82**, 4086 (1999), Y. Naveh, D.V. Averin, Phys. Rev. Lett. **82**, 4090 (1999), P. Dieleman, H.G. Bukkems, T.M. Klapwijk, M. Schicke, K.H. Gundlach, Phys. Rev. Lett. **79**, 3486 (1997), R. Cron, M.F. Goffmann, D. Esteve, C. Urbina Phys. Rev. Lett. **86**, 4104 (2001)
12. T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufner, C. Schönenberger, Phys. Rev. B **62**, 4079 (2000)
13. E.V. Bezuglyi, E.N. Bratus, V.S. Shumeiko, G. Wendin, Phys. Rev. B **63**, 100501 (2001)
14. K.E. Nagaev, Phys. Rev. Lett. **86**, 3112 (2001)
15. X. Jehl, P. Payet-Burin, C. Baraduc, R. Calemczuk, M. Sanquer, Phys. Rev. Lett. **83**, 1660 (1999)
16. F. Pierre, A. Anthore, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, Phys. Rev. Lett. **86**, 1078 (2001)
17. P. Roche, H. Perrin, D.C. Glattli, H. Takayanagi, T. Akazaki, Physica C **352**, 73 (2001)
18. X. Jehl, P. Payet-Burin, C. Baraduc, R. Calemczuk, M. Sanquer, Rev. Sci. Instrum. **70**, 2711 (1999)
19. P. Charlat, H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, A.F. Volkov, B. Pannetier, Phys. Rev. Lett. **77**, 4950 (1996)
20. J. Vranken, C. Van Haesendonck, Y. Bruynseraede, Phys. Rev. Lett. **37**, 8502 (1988)
21. A.B. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve, N.O. Birge, J. Low Temp. Phys. **118**, 447 (2000)
22. H. Courtois, P. Charlat, P. Gandit, D. Mailly, B. Pannetier, J. Low Temp. Phys. **116**, 187 (1999)
23. M.J. Black, V. Chandrasekhar, Europhys. Lett. **50**, 257 (2000)
24. E.V. Bezuglyi, E.N. Bratus, V.S. Shumeiko, G. Wendin, H. Takayanagi, Phys. Rev. B **62**, 14439 (2000)
25. M.L. Roukes, M.R. Freeman, R.S. Germain, R.C. Richardson, M.B. Ketchen, Phys. Rev. Lett. **55**, 422 (1985)
26. F.C. Wellstood, C. Urbina, J. Clarke, Phys. Rev. B **49**, 5942 (1994)
27. G.E. Blonder, M. Tinkham, T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982)
28. B.L. Altshuler, A.G. Aronov, in *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems*, edited by A.L. Efros, M. Pollack (North-Holland, Amsterdam, 1985), pp. 1–153
29. D. Quirion, F. Lefloch, M. Sanquer, J. Low Temp. Phys. **120**, 361 (2000)
30. A. Bardas, D. Averin, Phys. Rev. B **52**, 12873 (1995)



**Doubled Full Shot Noise in Quantum Coherent Superconductor-Semiconductor Junctions**

F. Lefloch, C. Hoffmann, M. Sanquer, and D. Quirion\*

*Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée/SPSMS, CEA Grenoble,  
17 avenue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 09, France  
(Received 16 May 2002; published 10 February 2003)*

We performed low temperature shot noise measurements in superconductor (TiN) strongly disordered normal metal (heavily doped Si) weakly transparent junctions. We show that the conductance has a maximum due to coherent multiple Andreev reflections at low energy and that the shot noise is then *twice the Poisson noise* ( $S = 4eI$ ). When the subgap conductance reaches its minimum at finite voltage the shot noise changes to the normal value ( $S = 2eI$ ) due to a large quasiparticle contribution.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.067002

PACS numbers: 74.40.+k, 73.23.-b, 74.50.+r

We know, from early measurements, that the full shot noise in an electronic device  $S_{\text{Poisson}} = 2qI$  (first measured by Schottky in a vacuum diode) is proportional to the mean value of the current  $I$  and to the charge  $q$  of the carriers [1]. This result holds for N-I-N tunnel junctions where N is a normal metal and I an insulating barrier [2] with  $q = e$  the electronic charge. In S-I-N, due to electron pairing in the superconductor (S), the shot noise is expected to be twice the full shot noise:  $S = 4eI$ . However, in such junctions the subgap current is very small and the shot noise is not measurable. The subgap current can be restored if the quasiparticles of the normal metal are coherently backscattered towards the interface. This reflectionless tunneling regime can be achieved by adding a second barrier in the normal part of the junction (S-I-N-I-N) or when the normal metal is disordered enough [3–11]. The enhancement of the subgap current is only seen at low energy when the electron-hole coherence time in the normal metal is longer than the time it takes for quasiparticles to return to the interface. Then, the coherent addition of two (or more) Andreev reflections, each of them with a very small probability  $\Gamma^2$  ( $\Gamma$  is the transparency of the barrier), yields to an increase of the Andreev current through the interface. This effect can be large, leading to an Andreev current proportional to  $\Gamma$  instead of  $\Gamma^2 \ll \Gamma \ll 1$  and can be comparable to the normal current above the gap (also proportional to  $\Gamma$ ). Another way to increase the subgap current is to use highly transparent S-N junctions. In this case doubled shot noise is predicted and has been observed experimentally at various temperatures [12,13]. However, the noise level was always 3 times smaller than the doubled full shot noise because of the diffusive nature of the normal metal used in these experiments. Moreover, as shown experimentally and reproduced theoretically [14], the doubling of the shot noise occurs at any energies below the superconducting gap and electron-hole coherence is not required.

In this Letter, we report shot noise measurements in a junction where a superconductor (TiN) is in contact with heavily doped silicon. We show that the shot noise is *twice the full shot noise at low energy* and equals the Poisson

value at bias much smaller than the superconducting gap. This behavior evidences a crossover from a low bias Andreev dominated to a large bias quasiparticle dominated subgap conductance.

The sample is made of two 100/10 nm thick TiN/TiSi<sub>2</sub> contacts on top of a silicon substrate. The silicon is heavily doped ( $n_e = 2.10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ) over a thickness of 0.6  $\mu\text{m}$  [6]. The two contacts are squares of 1 mm wide and the distance between them is 1 or 2  $\mu\text{m}$ . We present the results obtained with the 1  $\mu\text{m}$  sample and found the same results for the 2  $\mu\text{m}$  sample. Because of the doping, the silicon is metallic ( $k_F l_e \approx 3$ ). Moreover, the superconducting TiN/TiSi<sub>2</sub> bilayer and the silicon are separated by a Schottky barrier which stays symmetric (nonrectifying) in our voltage range. Therefore, the contact is described by a S-I-N junction where I stands for a tunnel barrier. The transport properties have been studied in details by Quirion *et al.* [6], and it was shown that the junction presents reflectionless tunneling behavior at low energy ( $T \lesssim 250 \text{ mK}$  and  $V \lesssim 20 \mu\text{V}$ ). Using Ref. [8] for fitting the temperature dependence of the zero bias resistance, the following parameters have been obtained: the superconducting gap is  $\Delta = 0.22 \text{ meV}$ , the damping factor  $\Gamma_S$  [15] and the depairing rate  $\gamma_{in}$  are both relatively large:  $\Gamma_S/\Delta = 0.15 \pm 0.01$  and  $\gamma_{in}/\Delta = 0.27 \pm 0.05$ . The typical Schottky barrier transparency is  $\Gamma = 3.5 \times 10^{-2}$ . The fitting of the subgap conductance implies many parameters and the quantitative agreement should be taken cautiously. As in previous reports of reflectionless tunneling [4,9–11] the large background subgap conductance cannot be attributed to Andreev reflection only, but to a large quasiparticle contribution due to a large  $\Gamma_S$ . Moreover, most authors have concluded from conductance measurements to a nonuniform barrier interface, that makes the theoretical comparison mostly qualitative. In this context noise measurements are necessary to discriminate between Andreev and quasiparticle contributions.

We also know [6] that coherent effects take place underneath the contacts and do not extend sideways in the silicon between the contacts. The total sample can therefore be treated as two independent S-I-N junctions



connected by a small piece of doped silicon of resistance  $R_{\text{Si}}$ . The sample resistance is

$$R_{\text{sample}} = 2R_{\text{contact}} + R_{\text{Si}} = 2R_{\text{contact}} + N_{\text{sq}}R_{\text{sq,Si}}, \quad (1)$$

where  $R_{\text{sq,Si}} = 24 \Omega$  is the sheet resistance of the silicon and  $N_{\text{sq}} = 1/1000$  the number of squares between the two contacts. We also know that the current partially flows below the contacts before entering the superconductor. Therefore,  $R_{\text{contact}}$  ( $\approx 0.4 \Omega$  at low temperature) includes the resistance of the barrier and the resistance of the doped silicon underneath the superconductor which can be larger than in the native film.

In Fig. 1, we plotted the differential resistance of one contact as a function of the dc current and of the dc voltage drop at the contact, measured with the experimental setup used for the noise. We recover previous results which show that coherent effect appears at energies below  $\approx 20 \mu\text{eV}$ , where the differential resistance shows a maximum [6]. As long as the voltage stays above  $20 \mu\text{V}$ , the differential resistance increases with decreasing energy because both the quasiparticles and the incoherent Andreev contributions to the subgap current decrease [16]. For low dc voltage and low temperature, the coherence is established between successive reflections and the Andreev current increases. From the temperature and voltage dependences of the conductance it is possible to evaluate the respective parts of the quasiparticle, incoherent and coherent Andreev contributions. At voltage much larger than  $20 \mu\text{V}$ , both the Green's functions [8] and the Blonder-Tinkham-Klapwijk (BTK) [16] descriptions give a dominant quasiparticle contribution (the incoherent Andreev contribution within the BTK model is less than 10%). This is due to the large damping

factor  $\Gamma_S$  for the quasiparticles density of states and to an elevated effective electron temperature  $T_{\text{eff}}$  induced at finite voltage [6]. Such phenomenological  $T_{\text{eff}}$  is introduced to explain why  $eV_{\text{max}} \approx k_B T_{\text{max}}$  where  $V_{\text{max}} \approx 20 \mu\text{V}$  is the voltage at which the resistance is maximum and  $T_{\text{max}} \approx 250 \text{ mK}$  is the temperature at which the zero bias resistance is maximum. From the theory, such relation is not obeyed if one supposes that the electron temperature is the base phonon temperature. At voltage smaller than  $20 \mu\text{V}$ , the Andreev contribution (treated within the Green's functions formalism [8] which describes the coherent part) becomes larger than the quasiparticle part (below  $V = 20 \mu\text{V}$  the quasiparticle contribution is less than 10%). At  $V \approx 40 \mu\text{V}$ , due to an increase of  $T_{\text{eff}}$ , both contributions are estimated of the same order.

For shot noise measurements, we used a SQUID based experimental setup [17] which measures the noise of a known macroscopic resistor ( $R_{\text{ref}} = 0.13 \Omega$ ) in series with the sample. The total current noise power  $S_{\text{total}}$  measured, is then given by

$$S_{\text{total}} = 2S_{\text{contact}} \frac{R_{\text{contact}}^2}{(\sum R)^2} + S_{\text{Si}} \frac{R_{\text{Si}}^2}{(\sum R)^2} + S_{\text{ref}} \frac{R_{\text{ref}}^2}{(\sum R)^2}. \quad (2)$$

Here,  $S_{\text{contact}}$  is the noise we want to study,  $S_{\text{Si}}$  the thermal noise generated by the silicon between the two contacts,  $S_{\text{ref}}$  the thermal noise of the reference resistor, and  $\sum R$  is the sum of the resistances. We have chosen the sample to be such that  $R_{\text{contact}} \gg R_{\text{Si}}, R_{\text{ref}}$ , thus the total noise is principally the noise at the contact and the measurement is mainly insensitive to both the noise between the contacts and to the reference resistor noise. It is also insensitive to a change of the electronic temperature within these parts. At equilibrium, the noise is due to thermal fluctuations ( $S = 4k_B T/R$ ) and the total measured noise is  $S = 4k_B T/(\sum R)$ . Far from equilibrium, Eq. (2) applies if  $R_{\text{contact}}$  is the differential resistance.

In Fig. 2, we displayed the current noise power as a function of the dc current that passes through the contact. If we focus on the results obtained at  $T = 50 \text{ mK}$ , we clearly see that the shot noise exhibits a kink around  $30 \mu\text{A}$  which corresponds to the value of current where the differential resistance shows a broad maximum (Fig. 1). In the low bias regime ( $I < 30 \mu\text{A}$ ), the shot noise is proportional to the current with a slope  $4e$  corresponding exactly to twice the full shot noise: this is our main result. Note that we do not see the thermal crossover at  $eV \approx k_B T \approx 5 \mu\text{eV}$  and that the solid line is  $S = 4eI + 4k_B T/R_{\text{contact}} (V = 0)$ . At higher currents ( $I > 30 \mu\text{A}$ ), the shot noise has a slope  $2e$  as depicted by the dashed line in Fig. 2. More precisely, the dashed line is  $S = 2eI + 1.5 \times 10^{-23} \text{ A}^2/\text{Hz} = \frac{2}{R}(eV + E_c)$  with  $E_c = 22 \mu\text{eV}$  and where  $R = V/I$  is the resistance of the contact. At higher temperature, the general behavior is rounded by thermal fluctuations. Our noise results show two unexpected features: first the crossover to  $S = 2eI$  is

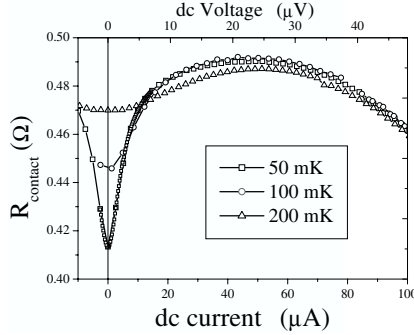


FIG. 1. Differential resistance at a contact for various temperatures. The upper scale is the voltage drop at the contact. The zero bias anomaly is characteristic for the coherent backscattering of quasiparticles in a S-I-N junction where N is a disordered metal (see text).

067002-2

067002-2

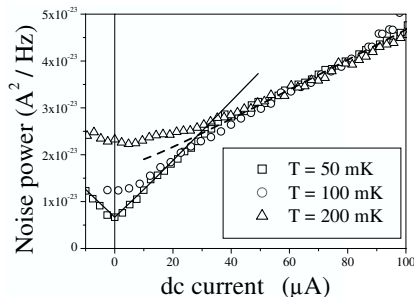


FIG. 2. Current noise power as a function of the average dc current. The solid and dashed lines correspond to  $4e$  and  $2e$  slopes, respectively. The crossover between the two behaviors occurs when the differential resistance shows a maximum (see Fig. 1) indicating the change in the contributions to the current from Andreev transport to quasiparticles currents.

predicted for voltage near the gap in the zero temperature models. As said before, in real superconducting-semiconducting junctions exhibiting the reflectionless tunneling a large quasiparticles contribution exists much below the gap. This component explains the observed crossover in accordance with our estimations from conductance measurements, which indicate an increase of the quasiparticles contribution with voltage due to the increase of  $T_{\text{eff}}$  in the silicon layer which is a bad thermal reservoir [6]. The increase of  $T_{\text{eff}}$  could also explain the absence of thermal crossover near  $V \approx 5 \mu\text{V}$  at  $T = 50 \text{ mK}$ , our second unexpected result. However, the voltage dependent Johnson noise is rapidly overpassed by the shot noise which grows linearly with the current. The comparison with the noise characteristics at  $T = 100 \text{ mK}$  shows actually that  $T_{\text{eff}}$ , which depends in a complicated way on electrical power dissipation via electrons, phonons, and superconducting contacts, increases moderately.

In one dimension, Beenakker *et al.* [7] calculated the zero energy conductance and shot noise in S-I-N diffusive junctions for various values of  $\Gamma L/l$  which corresponds to the ratio of the resistance of the normal metal to the barrier resistance ( $\Gamma$  is the barrier transparency,  $L$  the length of the normal metal, and  $l$  its elastic mean free path). It is shown that, when  $\Gamma \ll 1$ , the shot noise reaches twice the full shot noise for  $\Gamma L/l \lesssim 0.1$ . At finite energy, Hekking *et al.* [18] have shown that the length  $L$  should be replaced by the phase coherence length  $L_\phi$ . From Ref. [6] we get 0.25 for the ratio  $\Gamma L_\phi/l$  with  $\Gamma = 3.5 \times 10^{-2}$ ,  $L_\phi = 50 \text{ nm}$  and  $l = 7 \text{ nm}$ . This estimate is in good enough agreement with Beenakker's predictions since we do not know precisely the properties of the silicon underneath the contact [6].

In conclusion, we measured the shot noise in a S-I-N junction where a strongly disordered metal (highly degenerate silicon) is in contact with a superconductor (TiN). We found that the shot noise is equal to twice the full shot noise ( $S = 4eI$ ) at low energy in a regime where electron-hole coherence enhances the conductance. This result is expected from the theory [7] and corresponds to the Walter Schottky experiment [1] with field emission of Cooper pairs through a dielectrics. Electron-hole coherence is required to restore a large enough  $2e$ -(Andreev) component of the subgap current allowing the measurement of the doubled charge. Above  $20 \mu\text{V}$ , the shot noise follows the Poisson noise  $S_{\text{Poisson}} = 2eI$  due to a dominant quasiparticle contribution.

We thank P. Samuelsson, M. Büttiker, and X. Jehl for stimulating discussions and J. L. Thomassin for technical assistance.

\*Present address: Max Planck Institut für Festkörperforschung, Heisenbergstrasse 1, D-70569 Stuttgart, Germany.

- [1] W. Schottky, Ann. Phys. (Leipzig) **57**, 541 (1918).
- [2] For a review on "shot noise in mesoscopic conductors," see Y. Blanter and M. Büttiker, Phys. Rep. **336**, 1 (2000).
- [3] D. Quirion, C. Hoffmann, F. Lefloch, and M. Sanquer, Phys. Rev. B **65**, 100508 (2002).
- [4] A. Kastalsky, A.W. Kleinsasser, L. H. Greene, R. Bhat, F.P. Milliken, and J.P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **67**, 3026 (1991).
- [5] B.J. Van Wees, P. de Vries, P. Magnée, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **69**, 510 (1992).
- [6] D. Quirion, F. Lefloch, and M. Sanquer, J. Low Temp. Phys. **120**, 361 (2000).
- [7] C.W.J. Beenakker, Rev. Mod. Phys. **69**, 731 (1997), and references therein.
- [8] A. F. Volkov, Physica B (Amsterdam) **203**, 267 (1994).
- [9] S.J.M. Bakker *et al.*, Phys. Rev. B **49**, 13 275 (1994).
- [10] P.H.C. Magnée, N. van der Post, P.H.M. Kooistra, B.J. van Wees, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **50**, 4594 (1994).
- [11] F. Giazotto *et al.*, Appl. Phys. Lett. **78**, 1772 (2001).
- [12] A. A. Kozhevnikov, R.J. Schoelkopf, L.E. Calvet, D.E. Prober, and M.J. Rooks, J. Low Temp. Phys. **118**, 671 (2000); A. A. Kozhevnikov, R.J. Schoelkopf, and D.E. Prober, Phys. Rev. Lett. **84**, 3398 (2000).
- [13] X. Jehl, M. Sanquer, R. Calemczuk, and D. Mailly, Nature (London) **405**, 50 (2000); X. Jehl and M. Sanquer, Phys. Rev. B **63**, 052511 (2001).
- [14] K.E. Nagaev and M. Büttiker, Phys. Rev. B **63**, 081301 (2001).
- [15] R.C. Dynes, V. Narayanamurti, and J.P. Garno, Phys. Rev. Lett. **41**, 1509 (1978).
- [16] G.E. Blonder, M. Tinkham, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- [17] X. Jehl, P. Payet-Burin, C. Baraduc, R. Calemczuk and M. Sanquer, Rev. Sci. Instrum. **70**, 2711 (1999).
- [18] F.W. Hekking and Y. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **71**, 1625 (1993).



# Mesoscopic transition in the shot noise of diffusive S/N/S junctions

C. Hoffmann,\* F. Lefloch, and M. Sanquer

*Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée/SPSMS/LCP  
CEA Grenoble, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble cedex 09, FRANCE*

B. Pannetier

*Centre de Recherches sur les Très Basses Températures-C.N.R.S. associated  
to Université Joseph Fourier, 25 rue des Martyrs, 38042 Grenoble, FRANCE*

(Dated: January 6, 2004)

We experimentally investigated the current noise in diffusive Superconductor/Normal metal/Superconductor junctions with lengths between the superconducting coherence length  $\xi_\Delta$  and the phase coherence length  $L_\phi$  of the normal metal ( $\xi_\Delta < L < L_\phi$ ). We measured the shot noise over a large range of energy that covers the regimes of coherent and incoherent multiple Andreev reflections. The transition between these two regimes occurs at the Thouless energy where a pronounced minimum in the current noise density is observed. Above the Thouless energy, in the regime of incoherent multiple Andreev reflections, the noise is very much enhanced compared to a normal junction and grows linearly with the bias voltage. Semi-classical theory describes accurately the experimental results, but only if we take into account the voltage dependence of the resistance which reflects the proximity effect. Below the Thouless energy, the shot noise diverges with decreasing voltage which may indicate the coherent transfer of multiple charges.

Although the influence of the proximity effect between a superconductor (S) and a normal metal (N) on the conductance of hybrid SN structures is under study for decades, the impact of the presence of charge pairs on the current noise was investigated experimentally only recently [1–4]. The transport at a SN interface is mediated by Andreev Reflection (AR). An electron with energy  $|\epsilon| < \Delta$  with respect to the Fermi level can not escape in the superconductor due to the absence of electronic states in the gap  $\Delta$ . Instead, it enters the superconductor together with a second electron to create a Cooper pair and a hole is retroreflected in the normal metal. The electron and the retroreflected hole form an Andreev pair which remains coherent, in the diffusive limit, over a distance  $L_c = \min(L_\phi, \xi_c) = \sqrt{\hbar D/\epsilon}$  where  $D$  is the diffusion constant of the normal metal and  $L_\phi$  the single particle phase coherence length.

In S/N/S junctions with a normal metal length  $L > L_c$ , the Andreev pair is split off and the electron and the hole behave, far from the interface, as independent quasiparticles. In this *incoherent regime* the quasiparticles produce shot noise which originates from the diffusion through the normal metal. The noise is enhanced compared to a N/N/N system because each quasiparticle entering the normal region is successively retroreflected at the two SN interfaces (incoherent multiple Andreev reflections - IMAR) and implies many passages of quasiparticles through the junction, instead of only one in the normal case. These IMAR persist as long as the quasiparticle energy stays in the interval  $-\Delta < \epsilon < \Delta$  and when no inelastic collisions occur. The effect of the inelastic interactions on shot noise in S/N/S junctions have been studied by various groups [5–7]. It is shown that electron-electron interaction reduces the energy window of accessible states for the quasiparticles participating to

the IMAR leading to a decrease of the current noise density.

In short S/N/S junctions, the situation is somewhat more complicated. Indeed, as long as  $L < L_c$  (that means the Thouless energy  $E_{Th} = \hbar D/L^2$  exceeds the bias voltage [18]), successive Andreev reflections at the two interfaces are coherent and the interference between quasiparticles leads to the formation of Andreev bound states. In this *coherent regime*, the bound states can carry a supercurrent and one observes dc and ac Josephson effects. In very short junctions with a length  $L$  smaller than the superconducting coherence length  $\xi_\Delta = \sqrt{\hbar D/\Delta}$  (equivalent to  $E_{Th} > \Delta$ ) only two bound states exist and the transport via these states, can be considered as the transfer of effective charges  $2\Delta/eV$ . Then, the noise at low voltage can be interpreted as the shot noise of these effective charges due to Landau-Zener transitions between the bound states [8].

A very interesting situation can be reached in S/N/S junctions of length  $\xi_\Delta < L < L_\phi$ . In that case, one can tune the transition from the regime of coherent pair transport ( $eV < E_{Th} < \Delta$ ) to single quasiparticle transport ( $E_{Th} < eV < \Delta$ ) by changing the external voltage. In this letter, we present noise measurements in diffusive S/N/S junctions with such an intermediate length. A clear change in the transport mechanisms at the Thouless energy is revealed and appears as a pronounced minimum in the current noise density. This transition, characteristic of the transport in hybrid SN structures at the mesoscopic scale, can be achieved experimentally but stays a difficult task on the theoretical side. The existing theories concern either diffusive junctions with negligible proximity effect, which are accessible with semi-classical models [9, 10] or the fully coherent situation [8]. The latter applies to the noise properties of coherent super-

conducting atomic point contacts with a small number of conducting channels [11]. In this situation, experimental results are well understood [12]. In contrast, the interpretation of the few experimental investigations of noise in multichannel S/N/S junctions available up to now [5–7, 13] stays a puzzling business.

To measure the current noise, we used a SQUID-based experimental setup [14]. The input coil of the SQUID is connected in series with a reference resistor of  $0.123\,\Omega$  and the sample. The current fluctuations propagating in this loop are transformed into voltage fluctuations by the SQUID. The intrinsic noise level is about  $8\,\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$  which is equivalent to  $1.6\,\text{pA}/\sqrt{Hz}$  in the input coil of the SQUID. The same experimental configuration can be used to perform conductance measurements.

The S/N/S junctions are fabricated by shadow evaporation of Cu and Al at different angles through a PMMA-PMMA/MAA bilayer mask in an ultra-high-vacuum chamber. First, a  $50\,\text{nm}$  thick copper island is evaporated and immediately after, two  $480\,\text{nm}$  thick aluminum reservoirs. The left inset of figure 1 shows a scanning electron micrograph of a typical sample. We studied samples with lengths between  $0.4$  and  $0.85\,\mu\text{m}$  and widths from  $0.2$  to  $0.4\,\mu\text{m}$ . The results presented here concern mainly one sample (referred as sample 1) with length  $0.85\,\mu\text{m}$ , width  $0.4\,\mu\text{m}$  and an overlap between the reservoirs and the copper bridge of about  $0.3 \times 0.4\,\mu\text{m}^2$  on each side. The other samples show similar results and will be mentioned for comparison if necessary.

In order to have not to deal with proximity effect corrections that reduces the resistance of the copper bridge when the reservoirs become superconducting, the resistance  $R_N$  of the sample is evaluated from the value above  $T_c$  minus the estimated reservoir resistance. For sample 1 we obtain  $R_N = 1.75 \pm 0.2\,\Omega$ . Then, we can estimate the interface resistance by comparison with a second sample half as long as sample 1 (but with the same width and the same overlap at the reservoirs) and fabricated on the same wafer ( $R_N \approx 1.05\,\Omega$ ). This gives an estimation of a total interface resistance  $R_B \approx 0.4\,\Omega$  and a sheet resistance of  $0.65\,\Omega$  for copper (the diffusion constant is then  $80\,\text{cm}^2\text{s}^{-1}$ ). The normal resistance of sample 1 is therefore dominated by the resistance of the copper film ( $\approx 1.35\,\Omega$ ).

As a function of temperature, the zero bias resistance shows a broad transition between  $T_c(\text{Al}) = 1.2\,\text{K}$  and  $0.8\,\text{K}$ , below which a supercurrent arises (see right inset of figure 1). This behavior evidences that the phase coherence length  $L_\phi$  is longer than the sample length, at least for temperatures below  $800\,\text{mK}$ . At finite bias, we observe subharmonic gap structures (SGS) marked by a local maximum in the conductance when  $eV = 2\Delta/n$ , see Fig. 1. We can identify peaks for  $n = 2$  and  $3$  over the whole temperature range, whereas the  $n = 1$  peak is masked for  $T < 900\,\text{mK}$  by a transition, probably induced by the bias current. The origin of the additional

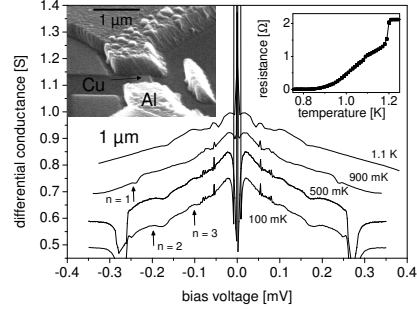


FIG. 1: Differential conductance  $dI/dV$  versus bias voltage at various temperatures for sample 1 (data are shifted by  $0.1, 0.2$  and  $0.35\,\text{S}$  for  $T = 500\,\text{mK}, 900\,\text{mK}$  and  $1.1\,\text{K}$  respectively). Left inset : scanning electron micrograph of a typical sample. Right inset : resistance of the sample as a function of temperature. The drop at  $T = 1.2\,\text{K}$  is due to the superconducting transition of the aluminum reservoirs.

peaks at  $V \approx 0.06\,\text{meV}$  is not clear.

The overall shape of the current noise density as a func-

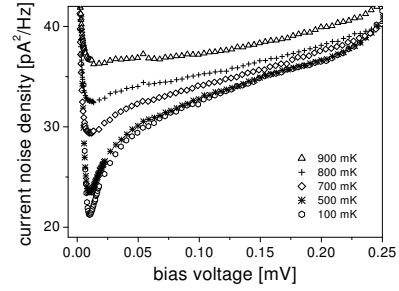


FIG. 2: Current noise density  $S_I$  versus bias voltage at various temperatures. We observe a minimum at  $eV \approx E_{Th}$ .

tion of bias voltage is shown in Fig. 2. We observe a pronounced minimum at  $V \approx 10\,\mu\text{V}$  corresponding roughly to the Thouless energy  $E_{Th} \approx 7\,\mu\text{eV}$  of sample 1. This minimum indicates the transition from the regime of coherent pair transport to the regime where the Andreev pairs are split off into independent quasiparticles before reaching the opposite interface.

The noise behavior at high voltage can be understood within a simplified model. Consider an electron entering the normal metal at the energy  $\epsilon \approx -\Delta$ . At the first SN-

interface it is Andreev-reflected into a hole which travels the normal region a second time. At the other SN-interface the hole is again retroreflected as an electron and so on. In the incoherent case the phase information between two subsequent Andreev reflections is lost and no interference is possible. The quasiparticle energy is increased by  $eV$  when it travels from one interface to the other. Therefore, the quasiparticle can escape to the superconducting electrodes only after  $N$  passages, with  $N = 2\Delta/(eV) + 1$ , reaching an energy  $\epsilon \gtrsim \Delta$ . Within this

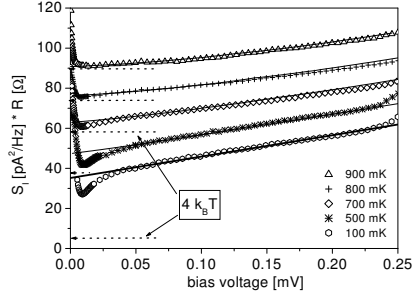


FIG. 3: Current noise density times the resistance  $R = V/I$  versus bias voltage at various temperatures (the data curves are shifted successively by  $10 \text{ pA}^2/\text{Hz}$ ). Thick solid line: Theoretical prediction in the zero temperature limit (Eq. (1)) with  $\Delta = 165 \mu\text{eV}$ . Thin solid lines: Theoretical predictions following Ref. 10 including noise of quasiparticles outside the gap. The arrows indicate the thermal noise level corresponding to each data curve.

description, each quasiparticle entering the normal part causes a series of incoherent Andreev reflections which leads to the diffusion of  $N$  quasiparticles through the normal part. The total current noise is therefore the shot noise of a diffusive metal  $\frac{1}{3}2eI$  times  $N$ :

$$S_I(V) = \frac{1}{3}2eI \times N = \frac{2}{3R}(eV + 2\Delta). \quad (1)$$

This is exactly the prediction of semiclassical theory in the zero temperature limit and when no inelastic processes take place [9, 10]. In this model, the proximity corrections are neglected. In our junctions however, such corrections persist over the whole voltage range (see Fig. 1). A noise expression taking into account the proximity effect has been derived recently in SIN junctions with a tunnel barrier at the interface [15] but is still lacking in the S/N/S case. In order to include the observed voltage dependence of the resistance, we use  $R(V) = V/I$  in equation (1) rather than the normal resistance  $R_N$  and analyze the product  $S_I(V)R(V)$  in Fig. 3.

At  $T = 100 \text{ mK}$  we obtain very good agreement between

experiment and Eq. (1) with  $\Delta = 165 \mu\text{eV}$ , shown in Fig. 3 by a thick solid line, in the range from  $50 \mu\text{V}$  up to the current induced transition at about  $250 \mu\text{V}$ . Up to now this linear regime, reflecting electronic transport through IMAR, was only approximately achieved with a large scatter in the data [13]. Note that a fit of  $S_I(V)$  using a constant resistance instead of the measured  $R(V)$ , requires unreasonable values  $R_N = 2.5 \Omega$  and  $\Delta = 330 \mu\text{eV}$ .

At temperatures above  $300 \text{ mK}$ , the thermal noise of the quasiparticles outside the gap have to be taken into account. Along the lines of Ref. 10 we can write the total noise as a sum of this thermal noise and the subgap noise (Eq. (12) and (13) in Ref. 10). The fits obtained using the BCS temperature dependence of the superconducting gap, show excellent agreement with the experimental data between  $T = 500 \text{ mK}$  and  $900 \text{ mK}$  (thin solid lines). So far, we considered only the linear part of the noise at high voltage. However, for decreasing voltage ( $V < 50 \mu\text{V}$ ) the experimental data show a nonlinear regime which extends down to the minimum at the Thouless energy. The simple model used above to derive Eq.(1) supposes that the quasiparticles reach the gap without inelastic interactions and the corresponding voltage range is therefore called “collisionless regime”. However at low voltage and finite temperature, the effective length of the junction for the multiple retroreflected particles  $L_{eff} = NL \sim L\Delta/V$  exceeds the inelastic length  $L_{in}$ . In this “interacting regime” e-e-collisions interrupt the successive incoherent multiple Andreev reflections before the quasiparticles reach the gap. In the case of strong interaction a Fermi distribution with an effective temperature  $T_e$  is restored and the noise equals the corresponding thermal noise [5–7]. Details of the analysis in this regime are published elsewhere [16].

Decreasing further the voltage below  $E_{Th}$ , we enter the regime of coherent pair transport and the noise increases again. We can check that this increase is not due to an equilibrium-like relation  $S_I = 4k_B T/R(V)$  between the current noise density and the voltage dependant resistance (which indeed decreases near the transition to the dissipationless regime), by considering the product  $S_I(V)R(V)$ , compare Fig. 3 and 4. The noise increase at low voltage persists, even at high temperature when the thermal noise level (dotted arrows in Fig. 3) approaches the noise minimum at  $eV \approx E_{Th}$ . We observe clearly an excess noise in the coherent regime which is blown up in Fig. 4. Additionally, we plot in this figure the resistance and differential resistance [19]. The interpretation of the noise results in this low voltage regime is a difficult task because coherent multiple Andreev reflections (formation of Andreev bound states) in the energy window  $|\epsilon| \lesssim E_{Th}$  coexist with the diffusion of hot quasiparticles of energies  $E_{Th} < |\epsilon| < \Delta$ . Furthermore, at very low temperature and voltage, the conductance behavior is strongly non-linear. Therefore, at  $T = 100 \text{ mK}$ , the

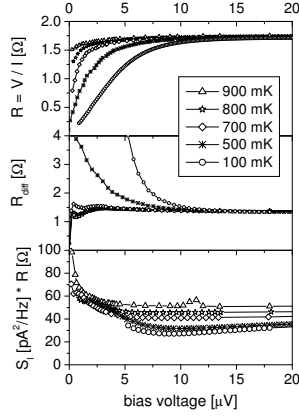


FIG. 4: Current noise times resistance, differential resistance and resistance of sample 1 as a function of the voltage at small bias.

noise measurements are restricted to the voltage range  $V \geq 5 \mu\text{V}$  where the differential resistance change not more than by a factor 3.

The results of preliminary investigations of the coherent

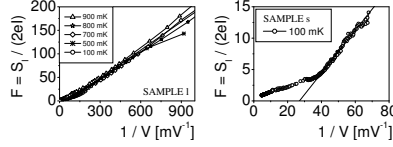


FIG. 5: Fano factor versus the inverse voltage for two different samples. The Thouless energies are  $7 \mu\text{V}$  for sample 1 (left figure) and  $30 \mu\text{V}$  for sample s (right figure). The solid lines have slopes  $200 \mu\text{V}$  (left) and  $340 \mu\text{V}$  (right).

regime on sample 1 ( $E_{Th} = 7 \mu\text{V}$ ) and a shorter junction (sample s with width  $0.2 \mu\text{m}$ , length  $0.4 \mu\text{m}$  and  $E_{Th} = 30 \mu\text{V}$ ) are shown in Fig. 5, where we plot the Fano factor  $F = S_1/(2eI)$  as a function of the inverse voltage. In both samples the crossover from the incoherent to the coherent regime appears clearly at the Thouless energy. In the voltage range  $V < E_{Th}/e$ , the Fano factor shows a linear divergence with slopes  $200 \mu\text{V}$  and  $340 \mu\text{V}$  for sample 1 and s, which could be the signature of a coherent transfer of multiple charges. Such a multiple charge noise was already observed in a superconducting tunnel junction with pinholes [17] and superconducting atomic point contacts [12]. To check this interpretation in

diffusive S/N/S junctions, other experiments are required together with theoretical predictions in the appropriated limit ( $E_{Th} < \Delta$ ). Contrary to the very short junction case ( $\Delta < E_{Th}$ ) [8, 11], more than two Andreev bound states should contribute to the coherent pair transport. Another open question concern the influence of inelastic interactions in the coherent regime.

In conclusion, we presented noise investigations on diffusive S/N/S junctions, which allow a clear distinction of different transport regimes. In these junctions the “collisionless regime” at high voltage is very well established and the current noise grows linearly with the bias voltage due to incoherent multiple Andreev reflections. The results are in quantitative agreement with semiclassical theory over a large temperature range. Further investigations are now required to confirm the multiple charge transport in the coherent regime at low voltage.

We would like to thank M. Houzet, H. Courtois, V. Shumeiko, E. V. Bezuglyi and C. Strunk for fruitful discussions. The samples have been elaborated using the CNRS/NANOFAB clean room facility.

\* Present address: Institute of Physics, University of Basel, Klingelbergstrasse 82, 4056 Basel, Switzerland; Electronic address: christian.hoffmann@unibas.ch

- [1] X. Jehl, M. Sanquer, R. Calemczuk, and D. Mailly, *Nature* **405**, 50 (2000).
- [2] A. A. Kozhevnikov, R. J. Schoelkopf, and D. E. Prober, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3398 (2000).
- [3] F. Lefloch, C. Hoffmann, M. Sanquer, and D. Quirion, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 067002 (2003).
- [4] B. Reulet, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, W. Belzig, and Y. Nazarov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 066601 (2003).
- [5] T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufer, and C. Schönenberger, *Phys. Rev. B* **62**, 4079 (2000).
- [6] P. Roche, H. Perrin, D. C. Glatelli, H. Takayanagi, and T. Akazaki, *Physica C* **352**, 73 (2001).
- [7] C. Hoffmann, F. Lefloch, and M. Sanquer, *Eur. Phys. J. B* **29**, 629 (2002).
- [8] Y. Naveh and D. V. Averin, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4090 (1999).
- [9] K. E. Nagaev, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3112 (2001).
- [10] E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus, V. S. Shumeiko, and G. Wendin, *Phys. Rev. B* **63**, 100501 (2001).
- [11] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, and A. L. Yeyati, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4086 (1999).
- [12] R. Cron, M. F. Goffmann, D. Esteve, and C. Urbina, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4104 (2001).
- [13] C. Strunk and C. Schönenberger, in *Proceedings of the NATO ARW on Quantum Noise in Mesoscopic Physics* (2002).
- [14] X. Jehl, P. Payet-Burin, C. Baraduc, R. Calemczuk, and M. Sanquer, *Rev. Sci. Instr.* **70**, 2711 (1999).
- [15] F. Pistolesi, G. Bignon, and F. W. J. Hekking, *cond-mat/0303165*.
- [16] C. Hoffmann, Ph.D. thesis, University Joseph Fourier,

- Grenoble I (2003).
- [17] P. Dieleman, H. G. Buikkens, T. M. Klapwijk, M. Schicke, and K. H. Gundlach, Phys. Rev. Lett. **79**, 3486 (1997).
- [18] It should be emphasized at this point that voltage and temperature do not affect the proximity effect the same way. Indeed, the temperature corresponds to a spread in energy of the distribution functions for the electrons and the holes, whereas the voltage corresponds to a shift.
- Therefore,  $L_c$  is not a straight cut-off when dealing with the temperature but should rather be seen as a decay length.
- [19] Note that neither the resistance nor the differential resistance are really constant at  $V > 10 \mu V$ . Fig. 4 gives this impression due to the much smaller voltage range compared to Fig. 1.





# Abstract

Using the complementarity of noise and conductance measurements presents a powerful tool to understand electronic transport in mesoscopic samples. This Ph.D.-thesis illustrates this statement by the study of two hybrid superconductor - normal metal structures.

In the first structure - a superconductor (TiN) in contact with a strongly disordered normal metal (heavily doped silicon) - the shot noise is doubled at low temperature and voltage. This result indicates that the transport in these samples is due to the uncorrelated transfer of charge pairs through the Schottky-barrier which forms at the interface between TiN and silicon. The noise measurements confirm that the conductance enhancement observed at zero bias in these junctions is due to the coherent retro-reflection of quasiparticles to the interface by the disorder in the normal metal. In that case, the probability for an Andreev reflection, the only process to transfer charges  $2e$  from the normal metal to the superconductor, is enhanced.

The second kind of structures analyzed, are superconductor - normal metal - superconductor junctions. In this case, the transport is mediated by multiple Andreev reflections (MAR) as long as no inelastic interactions between quasiparticles take place in the normal part of the junction. The noise allows to distinguish a regime of coherent MAR where the transfer of multiple charges is possible from a regime of incoherent MAR where the quasiparticles diffuse independently through the normal metal. When the interactions between quasiparticles are strong, the noise gives access to the inelastic relaxation length.

All noise experiments were done in a dilution refrigerator using a SQUID based experimental setup built during the first months of this Ph.D..

## Keywords

Mesoscopic physics - Current noise - Andreev reflection - SIN and SNS junctions - Reflectionless tunneling - SQUID

## Résumé

La combinaison des mesures de bruit en courant et de conductance représente un moyen très puissant pour comprendre le transport électronique à l'échelle mésoscopique. Cette thèse illustre cette affirmation par l'étude de deux structures hybrides supraconducteur / métal normal.

Dans la première structure étudiée - un supraconducteur (TiN) en contact avec un métal très désordonné (silicium dégénéré) - nous avons pu mettre en évidence un doublement du bruit de grenaille à très basse température et faible tension. Ce résultat indique que le transport s'effectue, dans ces échantillons, par le passage décorrélé de paires de charges à travers la barrière Schottky qui se forme à l'interface entre le TiN et le silicium. Les mesures de bruit confirment l'explication proposée pour l'apparition d'un pic de conductance autour de la polarisation nulle : la rétro-diffusion cohérente de quasiparticules par le désordre dans le métal normal. Ainsi, la probabilité pour une réflexion d'Andreev, processus faisant passer des charges  $2e$  du métal normal vers le supraconducteur, est accrue.

Le deuxième type d'échantillons analysés concerne les jonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur. Dans ce cas, le transport s'effectue par des réflexions d'Andreev multiples (MAR) tant qu'il n'y a pas d'interactions inélastiques entre les quasiparticules dans la partie normale de la jonction. Le bruit permet notamment de distinguer un régime de MAR cohérentes, où le transfert de charges multiples est possible, d'un régime de MAR incohérentes où les quasiparticules diffusent de façon indépendante à travers le métal normal. Quand les quasiparticules interagissent entre elles, les mesures de bruit donnent accès aux longueurs de relaxation inélastique. Toutes les expériences de bruit ont été effectuées dans un cryostat à dilution et à l'aide d'un dispositif expérimental basé sur la mesure SQUID que nous avons mis au point dans la première partie de cette thèse.

## Mots-clés

Physique mésoscopique - Bruit en courant - Réflexion d'Andreev - Jonctions SIN désordonnées et SNS - Reflectionless tunneling - SQUID